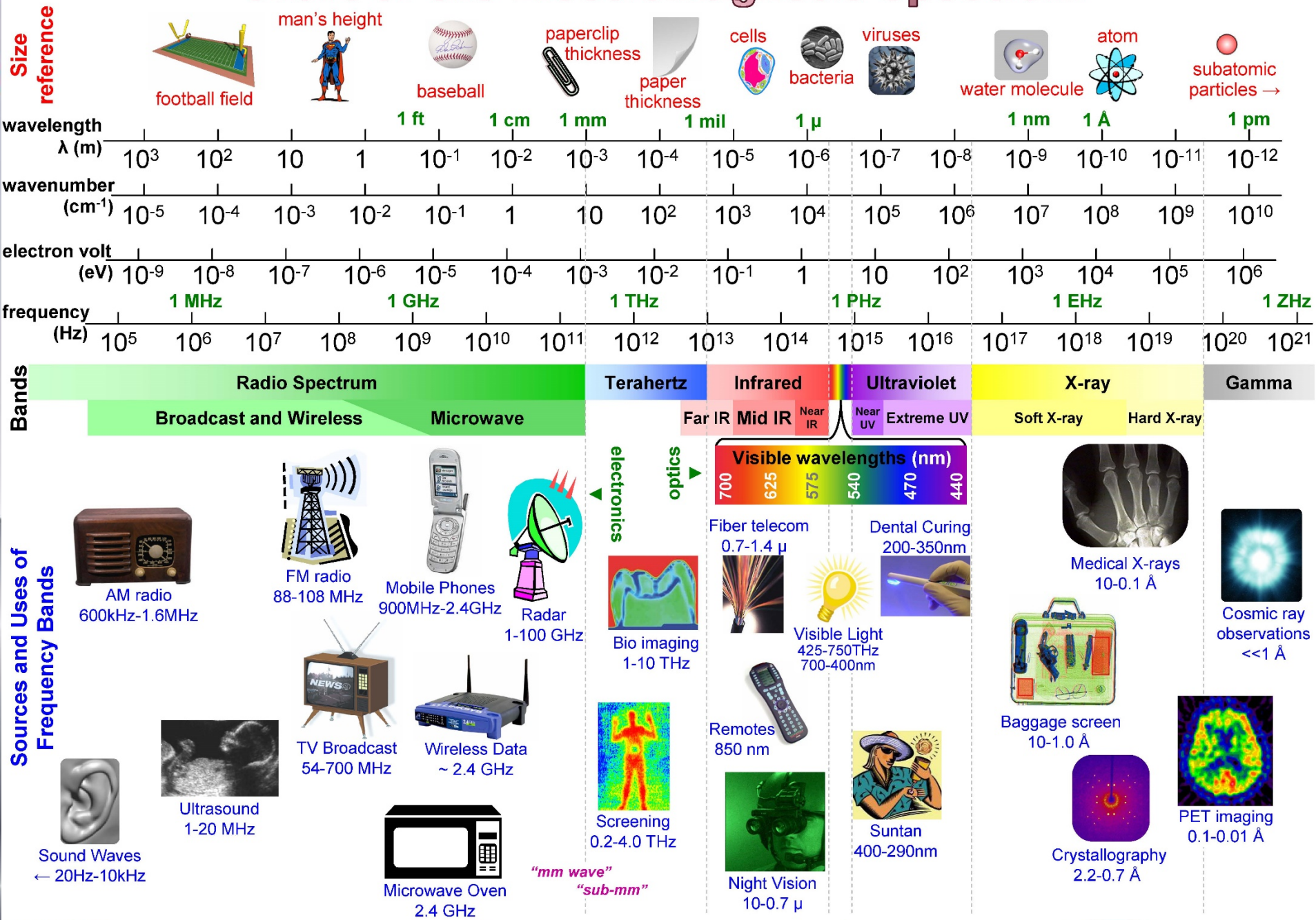


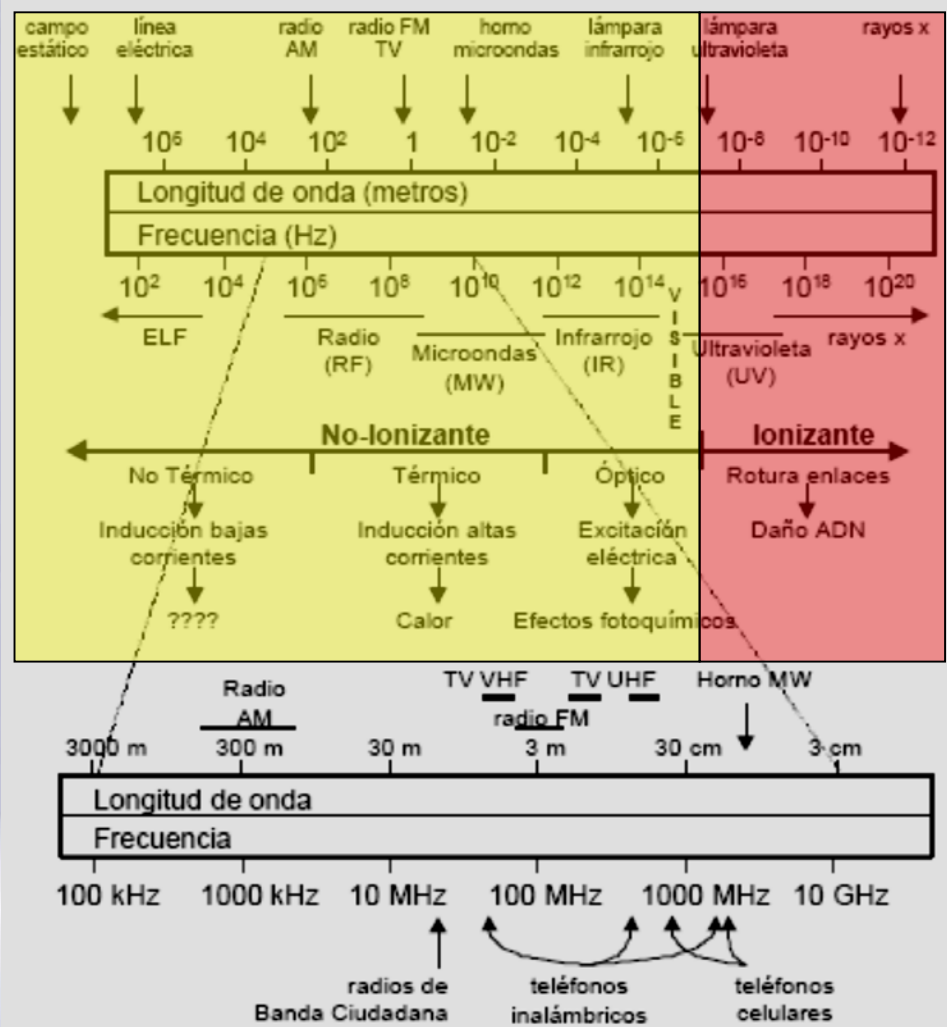
Ondas EM en medios materiales

Chart of the Electromagnetic Spectrum

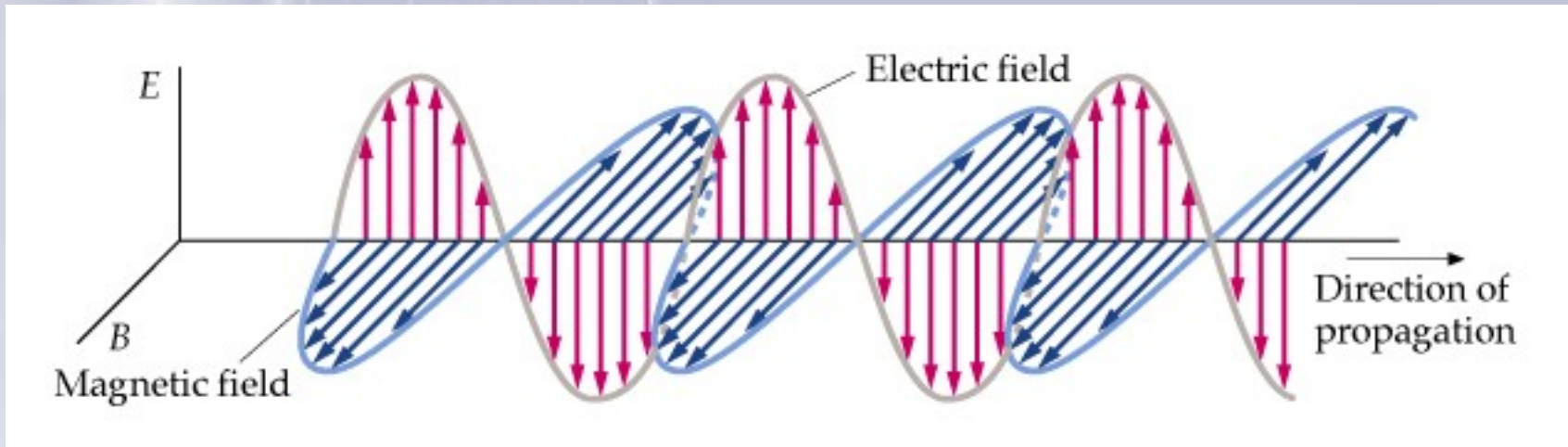


$$\lambda = 3 \times 10^8 / \text{freq} = 1 / (\text{wn} * 100) = 1.24 \times 10^{-6} / \text{eV}$$

Espectro electromagnético



Ondas. Incidencia en medios materiales



- Incidencia Normal
- Incidencia Oblicua

Previo a su estudio es necesario tratar los medios con pérdidas (conductores) y sin pérdidas (dieléctricos)

Ecuaciones de Maxwell --- Ondas

$$\nabla \times \vec{H} = \vec{j} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}$$

$$\nabla \times \nabla \times \vec{H} = \nabla \times \left(\vec{j} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} \right)$$

$$\nabla \times \nabla \times \vec{H} = \sigma(\nabla \times \vec{E}) + \varepsilon \left(\nabla \times \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} \right)$$

$$\nabla \times \nabla \times \vec{H} = -\sigma\mu \frac{\partial \vec{H}}{\partial t} - \varepsilon\mu \frac{\partial^2 \vec{H}}{\partial t^2}$$

$$\nabla^2 \vec{H} - \sigma\mu \frac{\partial \vec{H}}{\partial t} - \varepsilon\mu \frac{\partial^2 \vec{H}}{\partial t^2} = 0$$

Teniendo
en cuenta
que :

$$D = \varepsilon E \quad j = \sigma E$$

$$\nabla \times \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$$

$$\vec{B} = \mu \vec{H}$$

¡Ecuación de Ondas!

Ec. Maxwell --- Ec. Ondas --- Soluciones

$$\nabla^2 \vec{E} - \sigma\mu \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} - \varepsilon\mu \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2} = 0$$

Suponiendo un campo E variable de la forma:

$$E(r, t) = E(r) \cdot e^{-i\omega t} \quad \text{o bien} \quad E(r, t) = E(r) \cdot \cos \omega t$$

Sustituyendo, obtenemos:

$$\nabla^2 \vec{E}(r) + \omega^2 \varepsilon\mu \cdot \vec{E}(r) + i\omega\sigma\mu \cdot \vec{E}(r) = 0$$

Si hacemos las siguientes suposiciones:

-Medio no conductor ($\sigma=0$)

SIN PÉRDIDAS

-Medio conductor ($\sigma \neq 0$)

CON PÉRDIDAS

$$e^{i\omega t} = \cos \omega t + i \operatorname{sen} \omega t$$

$$\operatorname{Re}(e^{i\omega t}) = \cos \omega t$$

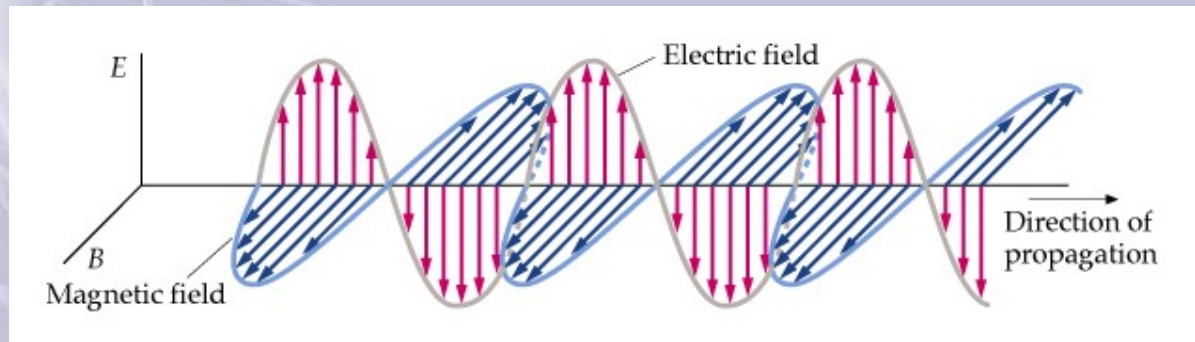
Ec. Maxwell --- Ec. Ondas --- Relación entre E y H

$$\nabla \times \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$$

En notación fasorial:

$$\nabla \times \vec{E} = -i\omega\mu\vec{H}$$

$$\vec{H} = -\frac{1}{i\omega\mu}\nabla \times \vec{E}$$



Suponiendo por simplicidad que: $\vec{E} = \vec{a}_y \cdot E_0 e^{-ikr}$

$$\vec{H} = \frac{1}{\eta} \vec{a}_k \times \vec{E}$$

\vec{a}_k : vector propagación de onda

En ondas planas E , H , \vec{a}_k forman un triedro trirrectángulo !!!

Ec. Maxwell --- Ec. Ondas --- Impedancia intrínseca

Impedancia intrínseca

$$\eta = \sqrt{\frac{\mu}{\epsilon}}$$

En el vacío
(aire)

$$\eta = \sqrt{\frac{\mu_0}{\epsilon_0}} = 120\pi \approx 377$$

Impedancia intrínseca
Compleja

$$\eta = \sqrt{\frac{\mu}{\epsilon_c}} = (1 + i) \sqrt{\frac{\pi \mu f}{\sigma}}$$

Ondas EM en medios **sin** pérdidas

Ondas en medios sin Pérdidas ($\sigma=0$).

Los campos E y H de ondas planas uniformes, en medios sin pérdidas siguen siendo perpendiculares, y SE ENCUENTRAN EN FASE

Ondas en medios sin pérdidas (no conductores)

$$\nabla^2 \vec{E}(r) + \omega^2 \epsilon \mu \cdot \vec{E}(r) + i\omega \sigma \mu \cdot \vec{E}(r) = 0$$

Medio no conductor $\sigma=0$

$$\nabla^2 \vec{E}(r) + \omega^2 \epsilon \mu \cdot \vec{E}(r) = 0$$

$$\nabla^2 \vec{E}(r) + k^2 \vec{E}(r) = 0$$

La solución tiene la forma:

$$E(r) = E_0 e^{ikr} \quad \text{ó bien} \quad E(r) = E_0 \cos kr$$

La solución temporal (en una dimensión para simplificar)

$$E(z,t) = E_0 e^{-i(\omega t \pm kz)} \quad \text{ó bien}$$

$$E(r) = E_0 \cos(\omega t \pm kz)$$

Denominando $K^2 = \epsilon \mu \omega^2$

$$k = \omega \sqrt{\epsilon \mu} = \frac{\omega}{v}$$

Onda **viajera** que se desplaza en la dirección de **k** (vector de propagación) con una velocidad de fase v

Campo eléctrico oscilante en z

Ondas en medios sin pérdidas (no conductores)

La solución temporal (en una dimensión para simplificar)

$$E(z,t) = E_0 e^{-i(\omega t \pm kz)} \quad \text{ó bien} \quad E(r) = E_0 \cos(\omega t \pm kz)$$

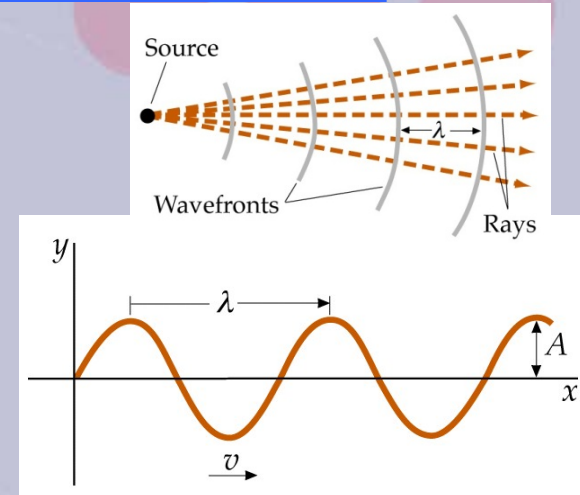
Onda **viajera** que se desplaza en la dirección de **k** (vector de propagación) con una velocidad de fase v

Campo eléctrico oscilante en z

$$k = \omega \sqrt{\epsilon \mu} = \frac{\omega}{v}$$

Si el medio es el vacío

$$k = \omega \sqrt{\epsilon_0 \mu_0} = \frac{\omega}{v} \Rightarrow v = \frac{1}{\sqrt{\epsilon_0 \mu_0}} = c$$



Campos Electromagnéticos \longleftrightarrow LUZ \longleftrightarrow ONDAS

Ec. Maxwell--- Ondas --- Luz

*“Apenas si podemos evitar la inferencia, de que la luz
consiste en ondulaciones transversales del mismo medio que
es la causa de los fenómenos eléctricos y magnéticos”*

J.C. Maxwell

Ondas EM en medios **con** pérdidas

Ondas en Medios con Pérdidas. K compleja

$$\nabla^2 \vec{E}(r) + \omega^2 \epsilon \mu \cdot \vec{E}(r) + i\omega \sigma \mu \cdot \vec{E}(r) = 0$$

$$\nabla^2 \vec{E} + i\omega \sigma \mu \cdot \vec{E} = 0$$

$$\nabla^2 \vec{E} + k_c^2 \cdot \vec{E} = 0$$

Si defino $\gamma = ik_c = i\omega\sqrt{\mu\epsilon_c} = i\omega\sqrt{\mu\epsilon} \left(1 - i\frac{\sigma}{\omega\epsilon}\right)^{1/2}$

Entonces tengo : $\gamma = \alpha + i\beta$

De manera que la ecuación queda : $\nabla^2 \vec{E} - \gamma^2 \vec{E} = 0$

Cuya solución (en 1 dimensión por simplificar) es de la forma :

$$E = E_0 \cdot e^{-\gamma z} = E_0 \cdot e^{-\alpha \cdot z} \cdot e^{-i\beta \cdot z}$$

Atenuación
Cambio de fase

α : cte. de atenuación (Np/m)

β : cte de fase (rad/m)

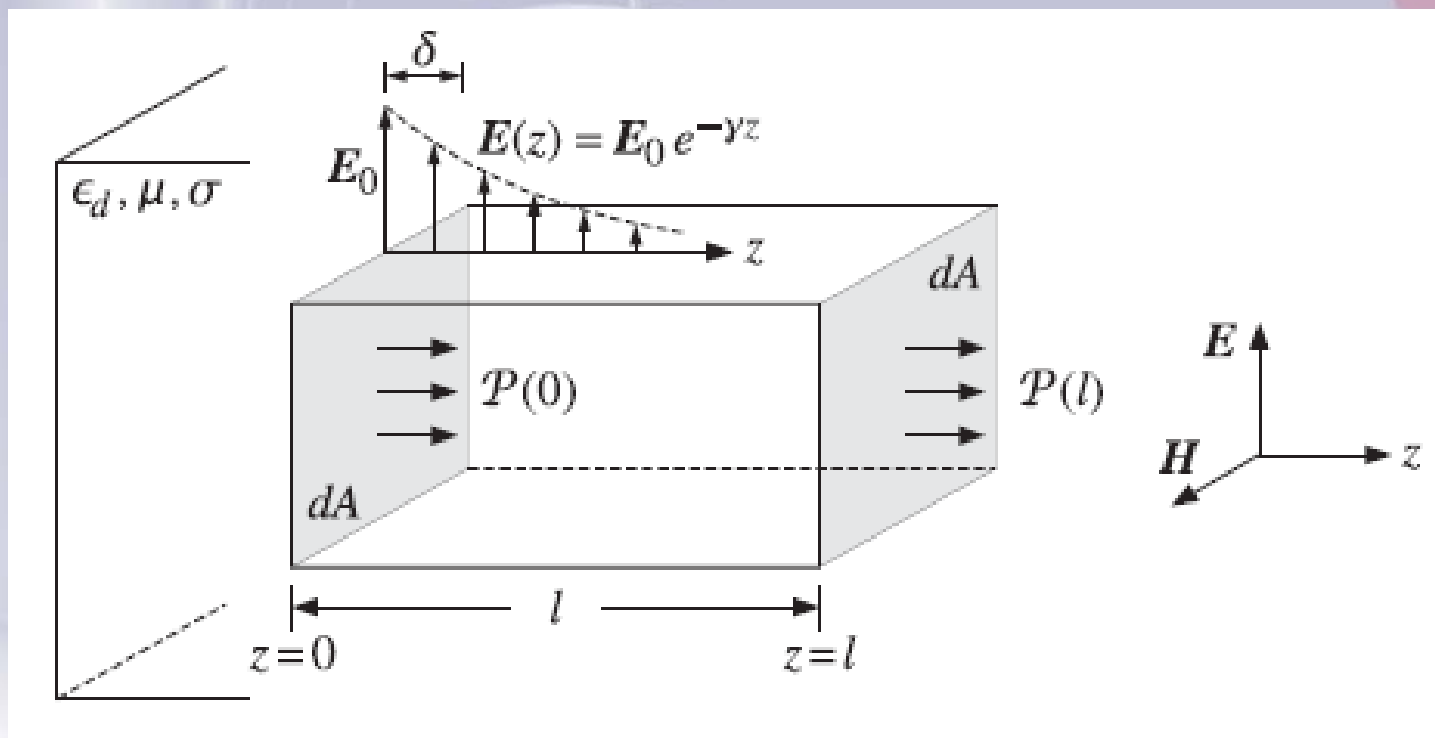
γ : cte de propagación

En buenos conductores

$$\alpha = \sqrt{\pi \cdot f \cdot \sigma \cdot \mu}$$

$$\beta \approx \alpha$$

Medios con Pérdidas. Profundidad de penetración δ



$$E = E_0 \cdot e^{-\gamma z} = E_0 \cdot e^{-\alpha \cdot z} \cdot e^{-i\beta \cdot z}$$

Ondas en Medios con Pérdidas.

Profundidad de penetración δ

Profundidad de penetración

Distancia a la cual la amplitud de una onda se reduce en un factor de $e^{-1} = 0.368$

$$\delta = \frac{1}{\alpha} = \frac{1}{\sqrt{\pi \cdot f \cdot \mu \cdot \sigma}}$$

La profundidad de penetración de un buen conductor a frecuencias de microondas es tan pequeña, que a efectos prácticos podemos considerar los campos como confinados en una capa muy delgada (utilidad en recubrimientos de guías)

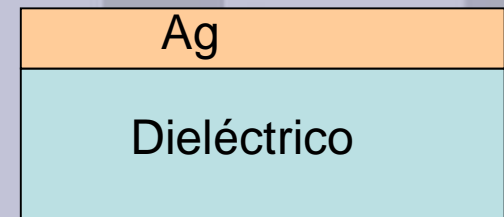
Ej. En la plata, con los siguientes parámetros

$$\sigma = 3 \times 10^7 \text{ S/m}$$

$$f = 10^{10} \text{ Hz}$$



$$\delta = 0.9 \text{ } \mu\text{m}$$



Ondas en Medios con Pérdidas. Profundidad de penetración δ

Ej. En el agua de mar, con los siguientes parámetros

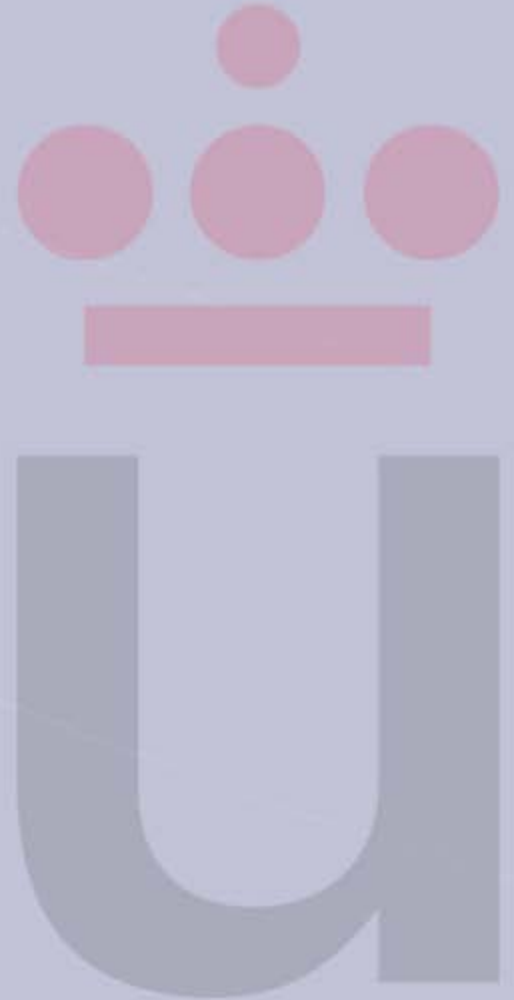
$$\sigma = 4.3 \text{ S/m}$$

$$\mu = \mu_0$$

Para logara penetrar 1m
necesitamos utilizar frecuencias de
60 KHz. Para llegar a 10 m las
frecuencia debería de ser: 633 Hz



La comunicación entre submarinos bajo el mar, se hace complicada y necesita de bajas frecuencias y elevadas potencias de transmisión



Ondas en medios con Pérdidas($\sigma \neq 0$). ϵ compleja

Tomando una de las ecuaciones de Maxwell $\nabla \times \vec{H} = \vec{j} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}$

$$\nabla \times \vec{H} = \vec{j} + i\omega\epsilon \cdot \vec{E}$$

$$\nabla \times \vec{H} = \sigma \vec{E} + i\omega\epsilon \cdot \vec{E}$$

$$\nabla \times \vec{H} = i\omega \left(\epsilon + \frac{\sigma}{i\omega} \right) \vec{E}$$

$$\nabla \times \vec{H} = i\omega \left(\epsilon - i \frac{\sigma}{\omega} \right) \vec{E}$$

$$\epsilon_c = \epsilon - i \frac{\sigma}{\omega}$$

Cte. Dieléctrica compleja

Se obtiene así una componente real y una compleja para la constante dieléctrica. Toda parte imaginaria nos lleva a pensar en atenuaciones, absorciones, pérdidas, desvanecimientos ... Una forma de valorar estas pérdidas de potencia en el medio, es la tangente de pérdidas.

$$\operatorname{tg} \delta = \frac{\sigma / \omega}{\epsilon} = \frac{\sigma}{\omega \epsilon}$$

$\sigma \gg \omega \epsilon$ Buen conductor: Pérdidas

$\sigma \ll \omega \epsilon$ Buen aislante

Ondas en medios con Pérdidas. ϵ compleja

Ejemplo. La tierra húmeda tiene los siguientes parámetros $\sigma = 10^{-2}$ $\epsilon_r = 10$

A frecuencias bajas 1KHz. ----- $\sigma/\omega\epsilon = 1.8 \times 10^4$

Buen conductor

A frecuencias altas 10 GHz ----- $\sigma/\omega\epsilon = 1.8 \times 10^{-3}$

Buen aislante

$$\epsilon_c = \epsilon - i \frac{\sigma}{\omega}$$

$$\operatorname{tg} \delta = \frac{\sigma/\omega}{\epsilon} = \frac{\sigma}{\omega\epsilon}$$

$\sigma \gg \omega\epsilon$ Buen conductor: Pérdidas

$\sigma \ll \omega\epsilon$ Buen aislante

Cte. Dieléctrica compleja

Ondas en medios con Pérdidas.

Los campos E y H de ondas planas uniformes, en medios con pérdidas siguen siendo perpendiculares, pero **NO SE ENCUENTRAN EN FASE** debido a la impedancia intrínseca compleja

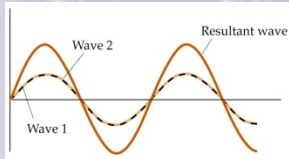
$$\eta = \sqrt{\frac{\mu}{\epsilon_c}} = (1 + i) \sqrt{\frac{\pi \mu f}{\sigma}}$$

En resumen...

$$\nabla^2 \vec{E}(r) + \omega^2 \epsilon \mu \cdot \vec{E}(r) + i\omega \sigma \mu \cdot \vec{E}(r) = 0$$

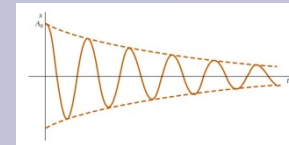
Si el Medio $\omega^2 \epsilon \mu \gg \omega \sigma \mu \Rightarrow \sigma \ll \omega \epsilon$

(Buen aislante)



Si el Medio $\omega \sigma \mu \gg \omega^2 \epsilon \mu \Rightarrow \sigma \gg \omega \epsilon$

(Buen conductor)



Onda **viajera AMORTIGUADA**

que se desplaza en la dirección de **k** (vector de propagación) con una velocidad de fase $v = c/n$

n : índice refracción medio

Onda **No viajera.**

Decaimiento exponencial muy rápido

$$E(r,t) = E(r) e^{-\alpha t}$$

Si la onda viaja o decae, NO depende exclusivamente de las características del medio σ y ϵ sino también de la frecuencia de dicha onda ω

En resumen, en medios con pérdidas...

$$\alpha = \sqrt{\pi \cdot f \cdot \mu \cdot \sigma} = \beta$$

$$\delta = \frac{1}{\alpha} = \frac{1}{\sqrt{\pi \cdot f \cdot \mu \cdot \sigma}}$$

$$\lambda = \frac{2\pi}{\beta} = \frac{2\pi}{\sqrt{\pi \cdot f \cdot \mu \cdot \sigma}}$$

$$\eta_c = \sqrt{\frac{\mu}{\epsilon_c}} = (1 + i) \sqrt{\frac{\pi \mu f}{\sigma}}$$

$$\operatorname{tg} \delta = \frac{\sigma / \omega}{\epsilon} = \frac{\sigma}{\omega \epsilon}$$

$$u_p \approx \frac{\omega}{\beta} \approx \sqrt{\frac{4\pi f}{\mu \sigma}}$$

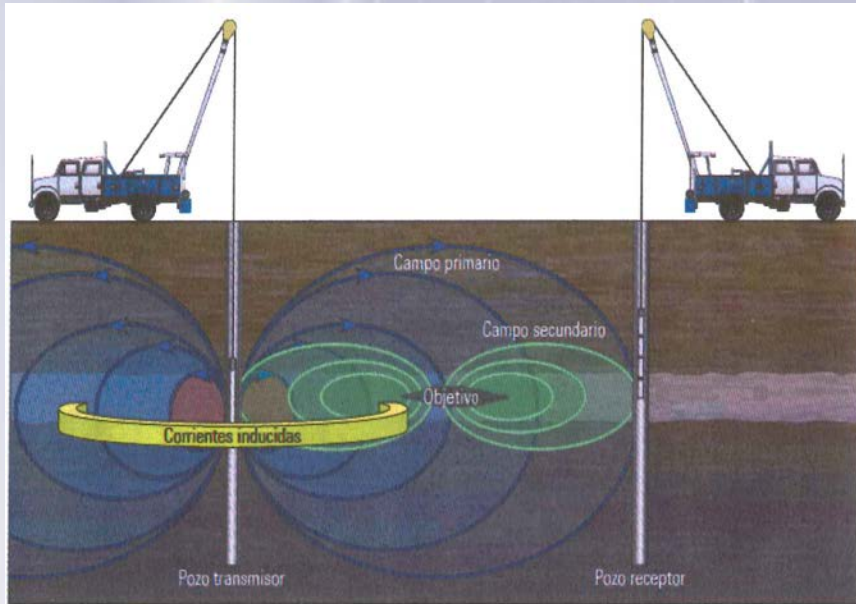
Una onda de $f=3\text{MHz}$ en el aire λ de 100m, y en el cobre Cu λ de 0.24 mm

En otros medios...

TABLE 1 Comparisons of Velocity, Impedance, and the Propagation Constant for Free Space, Lossless Material, and Conducting or Lossy material

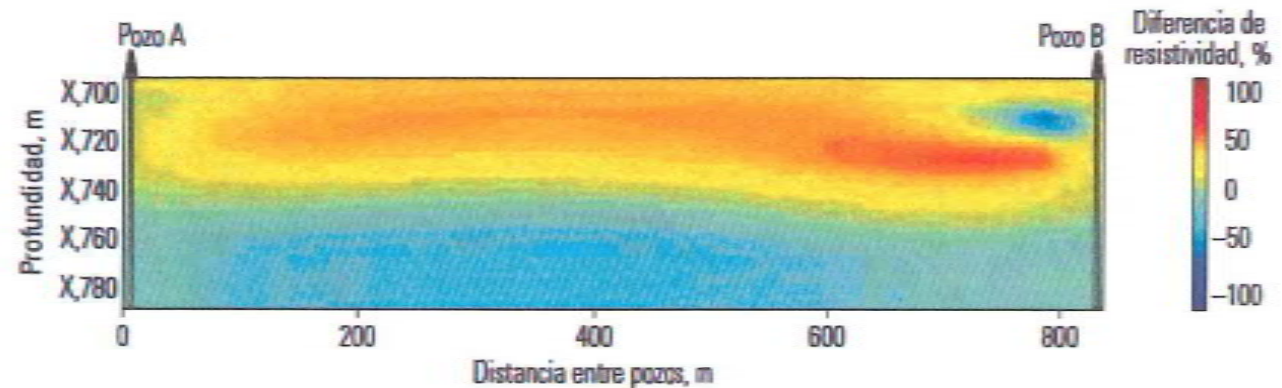
	Velocity	Intrinsic Impedance	Propagation Constant
Free space	$c = \frac{1}{\sqrt{\mu_0 \epsilon_0}} = \frac{\omega}{\beta}$ $\approx 3 \times 10^8 \text{ (m}\cdot\text{s}^{-1}\text{)}$	$\eta = \sqrt{\frac{\mu_0}{\epsilon_0}} \approx 120 \pi \text{ } (\Omega)$ $\approx 377 \text{ } (\Omega)$	$\gamma = j\beta$ $= j\omega\sqrt{\mu_0 \epsilon_0} \text{ (m}^{-1}\text{)}$ $\alpha = 0$
Lossless dielectric	$U = \frac{1}{\sqrt{\mu \epsilon}} = \frac{c}{\sqrt{\mu_r \epsilon_r}}$ $= \frac{\omega}{\beta} \text{ (m}\cdot\text{s}^{-1}\text{)}$	$\eta = \sqrt{\frac{\mu}{\epsilon}} = \sqrt{\frac{\mu_0 \mu_r}{\epsilon_0 \epsilon_r}}$ $\approx 120 \pi \sqrt{\frac{\mu_r}{\epsilon_r}} \text{ } (\Omega)$	$\gamma = j\beta$ $= j\omega\sqrt{\mu_0 \epsilon_0 \mu_r \epsilon_r} \text{ (m}^{-1}\text{)}$ $\alpha = 0$
Lossy dielectric, $\epsilon = \epsilon' - j\frac{\sigma}{\omega}$	$U = \frac{\omega}{\beta} \text{ (m}\cdot\text{s}^{-1}\text{)}$	$\eta = \frac{\sqrt{\mu \epsilon'}}{\sqrt{1 - j\frac{\sigma}{\omega \epsilon'}}} \text{ } (\Omega)$	$\gamma = \alpha + j\beta$ $= j\omega\sqrt{\mu \epsilon'} \left(\sqrt{1 - j\frac{\sigma}{\omega \epsilon'}} \right) \text{ (m}^{-1}\text{)}$
Slightly lossy dielectric, $\frac{\sigma}{\omega \epsilon'} \ll 1$	$U = \frac{\omega}{\beta} \text{ (m}\cdot\text{s}^{-1}\text{)}$	$\eta \approx \sqrt{\frac{\mu}{\epsilon'}} \left(1 + j\frac{\sigma}{2\omega \epsilon'} \right) \text{ } (\Omega)$	$\gamma = \alpha + j\beta$ $\approx j\omega\sqrt{\mu \epsilon'} \left(1 - j\frac{\sigma}{2\omega \epsilon'} \right) \text{ (m}^{-1}\text{)}$
Good conductor $\frac{\sigma}{\omega \epsilon'} \gg 1$	$U = \frac{\omega}{\beta} \text{ (m}\cdot\text{s}^{-1}\text{)}$	$\eta \approx \sqrt{\frac{\omega \mu}{\sigma}} \angle 45^\circ \text{ } \Omega$	$\gamma = \alpha + j\beta$ $\approx \sqrt{\pi f \mu \sigma} (1 - j) \text{ (m}^{-1}\text{)}$

Aplicación en prospección petrolífera



Mediante la transmisión entre un pozo y otro con frecuencias que varían desde 1 HZ hasta 1KHZ, es posible la propagación de señales a través de una distancia cercana a 1 Km siempre dependiendo de las características del pozo y la formación.

Los valores de resistividades altas pueden indicar la presencia de hidrocarburos



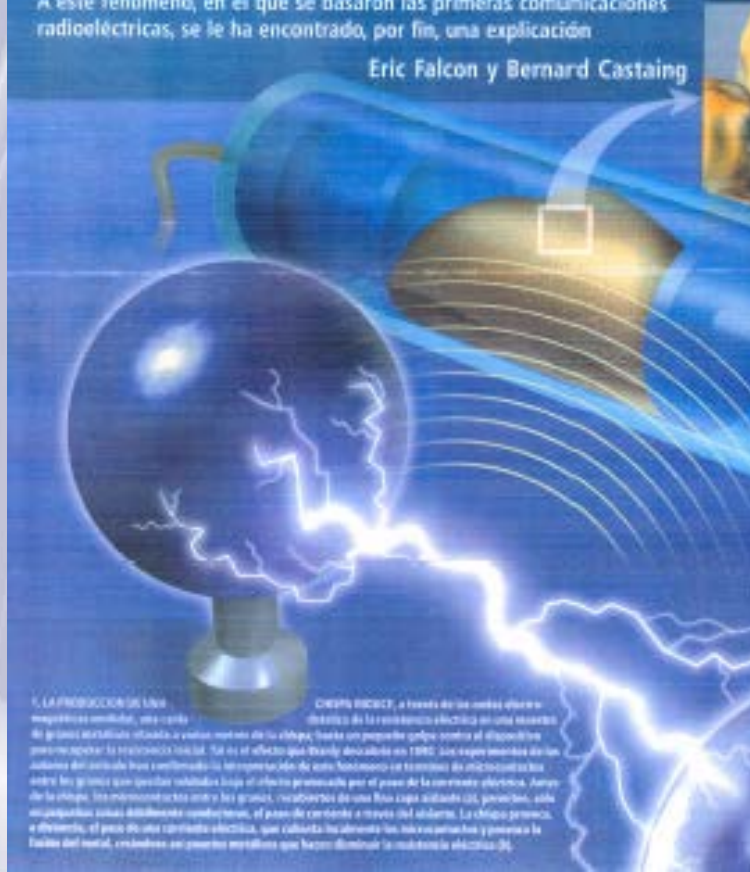
Campos EM y Ondas: Efecto Branly



El efecto Branly

Hace ya más de un siglo, Edouard Branly descubrió que una chispa eléctrica actuaba a distancia sobre un agregado de granos metálicos. A este fenómeno, en el que se basaron las primeras comunicaciones radioeléctricas, se le ha encontrado, por fin, una explicación

Eric Falcon y Bernard Castaing



LA PRODUCCIÓN DE UNA **CHISPA INDUCE**, a través de los cables eléctricos...
...resistencia eléctrica en una bobina...
...de granos metálicos situados a varios metros de la chispa, basta con pequeño golpe contra el dispositivo...
...para provocar la resonancia local. Tal es el efecto que Branly descubrió en 1890...
...de la chispa, los movimientos entre los granos...
...de la chispa, los movimientos entre los granos...
...de la chispa, los movimientos entre los granos...



Energía de Ondas EM. Vector de Poynting

Vector de Poynting

Operando convenientemente con dos ecuaciones de Maxwell, se llega al siguiente resultado:

$$\nabla \times \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \quad \nabla \times \vec{H} = \vec{j} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}$$

$$\nabla \cdot (\vec{E} \times \vec{H}) = -\frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{1}{2} \epsilon E^2 + \frac{1}{2} \mu H^2 \right) - \sigma E^2$$

$$\int_v \nabla \cdot (\vec{E} \times \vec{H}) dv = -\frac{\partial}{\partial t} \int_v \left(\frac{1}{2} \epsilon E^2 + \frac{1}{2} \mu H^2 \right) dv - \int_v \sigma E^2 dv$$

Definimos el siguiente vector, perpendicular a \vec{E} y a \vec{H}

$$\vec{S} = \vec{E} \times \vec{H}$$

Vector de Poynting

Vector de Poynting. Teorema. Significado

$$\int_s (\mathbf{E} \times \mathbf{H}) ds = -\frac{\partial}{\partial t} \int_v \left(\frac{1}{2} \epsilon E^2 + \frac{1}{2} \mu H^2 \right) dv - \int_v \sigma E^2 dv$$

Flujo del vector de Poynting a través de una superficie

Densidad de energía electromagnética

Densidad de potencia ohmica. Perdidas efecto Joule.

Vector de Poynting

$$\vec{S} = \vec{E} \times \vec{H}$$

Indica la dirección de propagación de la energía de la onda

PRINCIPIO DE CONSERVACIÓN DE LA ENERGÍA

Vector de Poynting. Teorema. Significado

Dicho de otras formas:

$$\nabla \cdot \vec{S} = -\frac{\partial u}{\partial t} - \vec{J} \cdot \vec{E}$$

En un volumen cerrado, el flujo de energía que “escapa”, es debido a:

* calentamiento Joule generado en ese volumen

* Energía EM que sale del volumen

$$\int_v \vec{j}_{ext} \cdot \vec{E} dv = -\frac{\partial}{\partial t} \int_v W_{em} dv - \int_v \sigma E^2 dv - \int_s \vec{S} d\vec{s}$$

La potencia suministrada a una región determinada, puede emplearse en:

1. Aumentar la energía EM del volumen
2. Pérdida ohmicas
3. La no empleada en 1 o en 2, abandona el volumen

Vector de Poynting. Radiación

$$\int_s \vec{S} d\vec{s} = -\frac{\partial}{\partial t} \int_v W_{em} dv - \int_v \sigma E^2 dv$$

Si tenemos una distribución de carga en reposo, que no varía en el tiempo, del Teorema de Poynting podemos concluir que:

Una distribución de corriente y carga eléctrica estáticas, NO RADIA ENERGÍA, es decir no hay flujo del vector de Poynting a través de la superficie que contiene a esa distribución

Cargas aceleradas SÍ EMITEN RADIACIÓN

¿alguien prepara algo sobre el Efecto Cerenkov?

Vector de Poynting. Densidad de potencia media

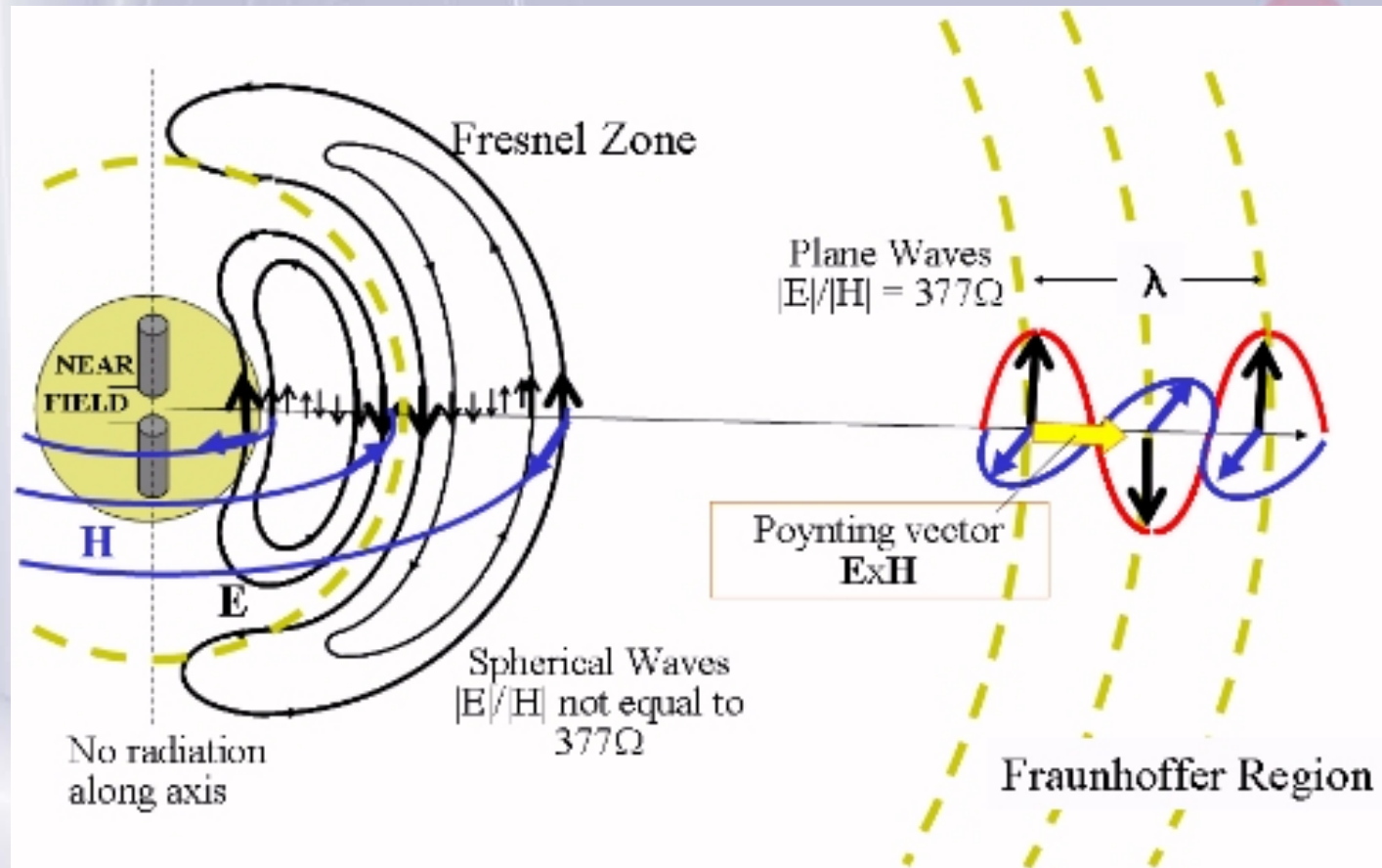
$$\begin{aligned}\vec{S}(r, t) &= \vec{E}(r, t) \times \vec{H}(r, t) = \operatorname{Re}\left[E \cdot e^{j\omega t}\right] \times \operatorname{Re}\left[H \cdot e^{j\omega t}\right] = \\ &= \frac{1}{2} \operatorname{Re}\left[\vec{E} \times \vec{H}\right] + \frac{1}{2} \operatorname{Re}\left[E \times H \cdot e^{j2\omega t}\right]\end{aligned}$$

Tomando el promedio temporal:

$$\vec{S}_{av} = \frac{1}{2} \operatorname{Re}\left(\vec{E} \times \vec{H}^*\right) \quad (\text{W/m}^2)$$

Densidad de potencia media transmitida por una onda que se propaga

Energía radiante de una antena.



Incidencia de ondas EM en medios

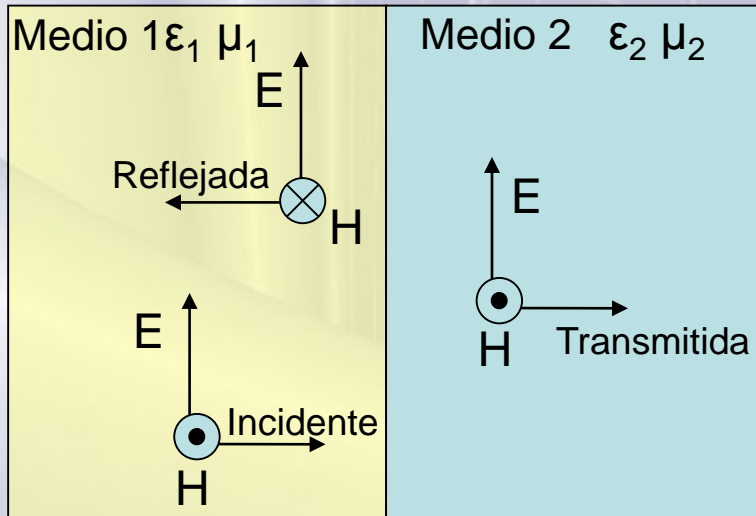
- Normal**
- Oblicua**

Incidencia NORMAL de ondas en medios conductores y dieléctricos

Incidencia Normal.

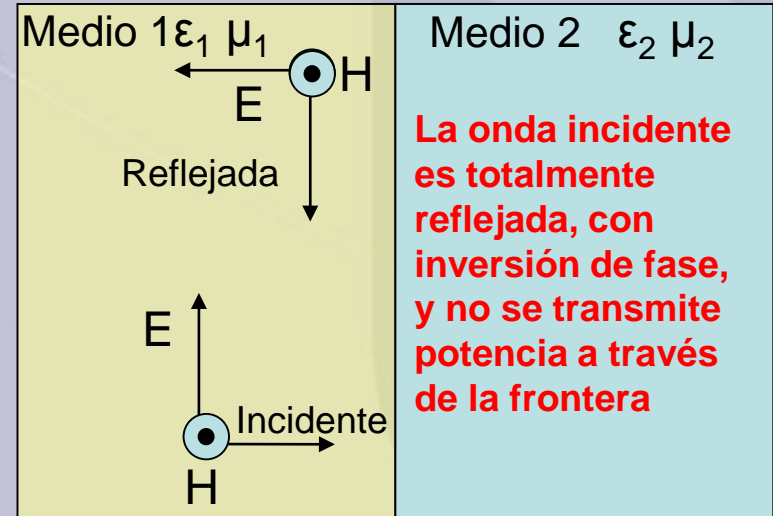
En medios Sin pérdidas

Onda incidente }
Onda reflejada } Onda Estacionaria
Onda transmitida



En medios Con pérdidas

Onda incidente }
Onda reflejada }



Incidencia Normal en Conductores

Onda incidente con Polarización Lineal

Onda Incidente

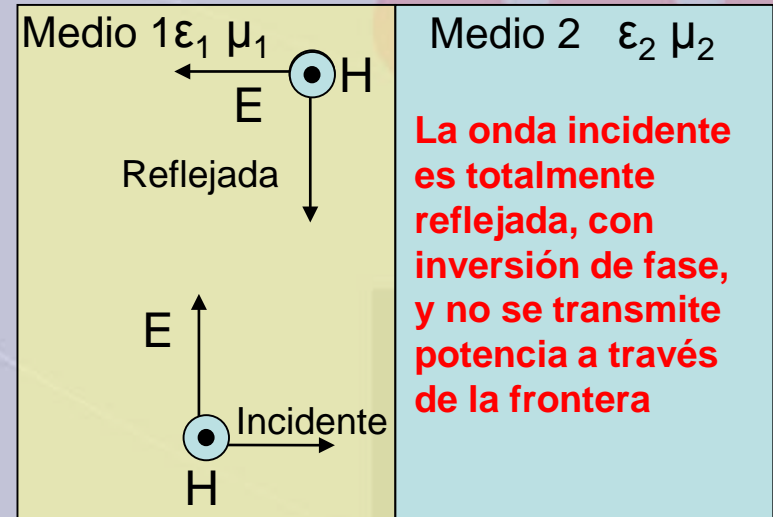
$$\vec{E}_i = E_{io} \cdot \vec{a}_y \cdot e^{-ikz}$$

$$\vec{H}_i = \frac{1}{\eta} \vec{a}_k \times \vec{E}_i$$

Onda Reflejada

$$\vec{E}_r = E_{ro} \cdot \vec{a}_y \cdot e^{ikz}$$

$$\vec{H}_r = \frac{1}{\eta} \vec{a}_k \times \vec{E}_r = \frac{-E_{io}}{\eta} \cdot \vec{a}_x \cdot e^{ikz}$$



Incidencia Normal en Conductores

Condiciones de contorno en la interfase

En la interfase $Z=0$ (inmediatamente antes de la superficie), han de cumplirse como condiciones de contorno:

$$\left[\vec{n} \times \vec{E} \right]_s = 0$$

Teniendo en cuenta que en el medio dieléctrico encontramos onda incidente y reflejada:

$$E_i + E_r$$

$$\begin{cases} (E_{ix} + E_{rx})_{z=0} = 0 \\ (E_{iy} + E_{ry})_{z=0} = 0 \end{cases}$$



$$E_{r0} = -E_{i0}$$

Incidencia Normal en Conductores

Quedando entonces ...

Onda Incidente

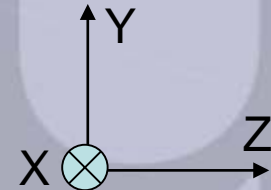
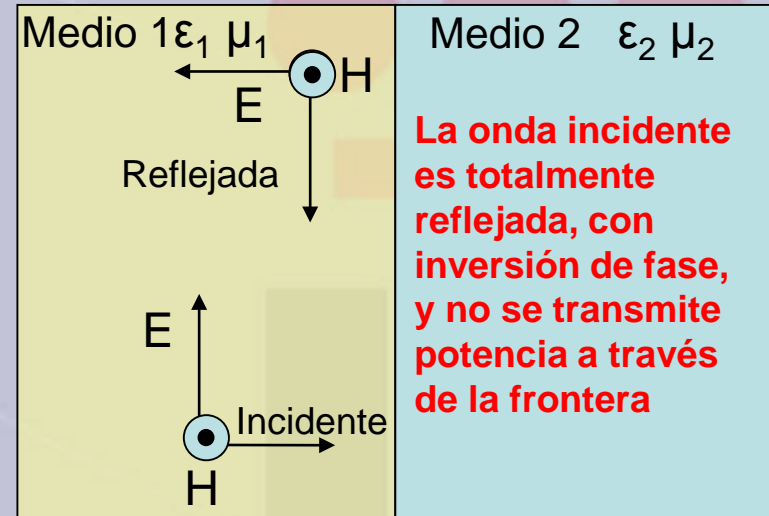
$$\vec{E}_i = E_{io} \cdot \vec{a}_y \cdot e^{-ikz}$$

$$\vec{H}_i = \frac{1}{\eta} \vec{a}_k \times \vec{E}_i = \frac{-E_{io}}{\eta} \cdot \vec{a}_x \cdot e^{-ikz}$$

Onda Reflejada

$$\vec{E}_r = E_{ro} \cdot \vec{a}_y \cdot e^{ikz} = -E_{io} \cdot \vec{a}_y \cdot e^{ikz}$$

$$\vec{H}_r = \frac{1}{\eta} \vec{a}_k \times \vec{E}_r = \frac{-E_{io}}{\eta} \cdot \vec{a}_x \cdot e^{ikz}$$



Incidencia Normal en Conductores

¿Se generan corrientes al incidir una onda sobre un conductor?

Corrientes y cargas inducidas en el conductor

Cargas y corrientes inducidas se obtienen de las ecuaciones del campo:

$$\vec{n} \cdot \vec{D} \Big|_s = \sigma$$

$$\vec{n} \times \vec{H} \Big|_s = \vec{j}_s$$

$$\begin{aligned} E(z) &= E_i + E_r \\ H(z) &= H_i + H_r \end{aligned}$$

$$-\vec{a}_z \cdot \varepsilon \vec{E} \Big|_{z=0} = 0$$

No cargas inducidas

$$-\vec{a}_z \times \vec{H} \Big|_{z=0} = 2 \cdot \frac{E_{i0}}{\eta} \cdot \vec{a}_y = \vec{j}_s$$

Corriente superficial senoidal, cuyo faser es cte y que circula en la dirección del campo eléctrico de la onda incidente

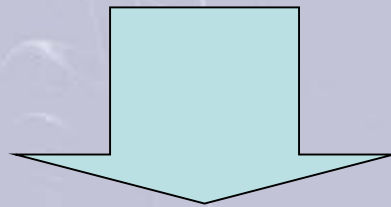
$$\begin{aligned} E(z) &= -2i\vec{a}_y E_{i0} \text{sen}(kz) \\ H(z) &= -2\vec{a}_x \frac{E_{i0}}{\eta} \cos(kz) \end{aligned}$$

Incidencia Normal en Conductores

Resumiendo:

Cuando una onda polarizada linealmente incide normalmente sobre un conductor perfecto ...

- Se conserva la polarización tras la reflexión
- La onda incidente y la reflejada tienen la misma amplitud
- En la superficie del conductor, la onda reflejada se encuentra en oposición de fase con la onda incidente



Una onda polarizada elípticamente se puede descomponer en dos ondas polarizadas linealmente en direcciones ortogonales

Estas conclusiones se pueden generalizar al caso de cualquier tipo de polarización

Ondas estacionarias

Como resultado de la incidencia y reflexión de la onda, en el dieléctrico se forma una onda estacionaria

Una onda estacionaria :

- No se propaga
- No trasmite potencia (información)
- Tiene otras utilidades : Cavidades Resonantes

Ejemplo:
Cuerda
vibrante

$$\vec{E}(z) = -2 \cdot i \cdot \vec{a}_y \cdot E_{i0} \sin(kz)$$

$$\vec{E}(z, t) = \text{Re} \left[E(z) \cdot e^{i\omega t} \right] = 2\vec{a}_y \cdot E_{i0} \cdot \sin(kz) \sin(\omega t)$$

$$\vec{H}(z, t) = \text{Re} \left[H(z) \cdot e^{i\omega t} \right] = -2\vec{a}_x \cdot \frac{E_{i0}}{\eta} \cdot \cos(kz) \cos(\omega t)$$

$$S = \frac{1}{2} \text{Re} [E \times H] = 0$$

Incidencia Normal sobre dieléctricos

Onda incidente con Polarización Lineal

Onda Incidente

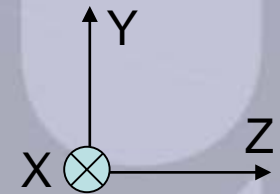
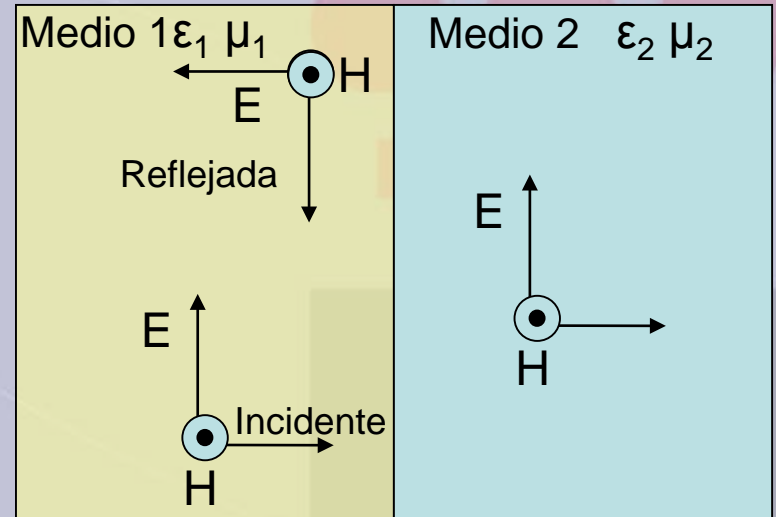
$$\vec{E}_i = E_{io} \cdot \vec{a}_y \cdot e^{-ik_1 z}$$

$$\vec{H}_i = \frac{1}{\eta} \vec{a}_k \times \vec{E}_i = \frac{-E_{io}}{\eta} \cdot \vec{a}_x \cdot e^{-ik_1 z}$$

Onda Reflejada

$$\vec{E}_r = E_{ro} \cdot \vec{a}_y \cdot e^{ik_1 z}$$

$$\vec{H}_r = \frac{1}{\eta} \vec{a}_k \times \vec{E}_r = \frac{E_{ro}}{\eta} \cdot \vec{a}_x \cdot e^{ik_1 z}$$



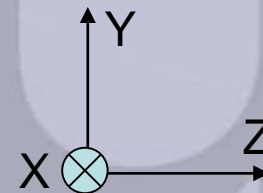
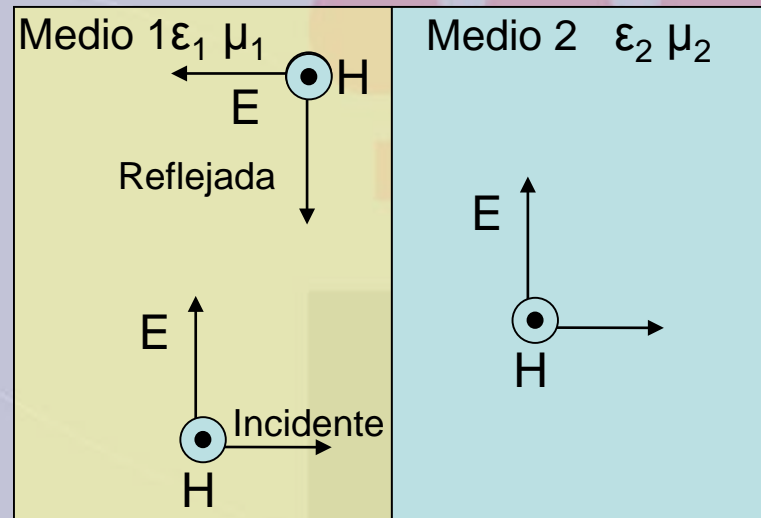
Incidencia Normal sobre dieléctricos

Onda incidente con Polarización Lineal

Onda Transmitida

$$\vec{E}_t = E_{to} \cdot \vec{a}_y \cdot e^{-ik_2 z}$$

$$\vec{H}_t = \frac{1}{\eta} \vec{a}_k \times \vec{E}_t = \frac{-E_{to}}{\eta} \cdot \vec{a}_x \cdot e^{-ik_2 z}$$



Incidencia normal sobre dieléctricos

Los coeficientes de reflexión y transmisión son los siguientes:

$$\rho = \frac{\eta_2 - \eta_1}{\eta_2 + \eta_1}$$

$$E_{0r} = \rho \cdot E_{0i}$$

$$\tau = \frac{2\eta_2}{\eta_2 + \eta_1}$$

$$E_{0t} = \tau \cdot E_{0i}$$

Donde $1 + \rho = \tau$

En común utilizar la **Reflectancia:R** y la **Transmitancia:T**

$$R = \frac{|\vec{S}_r|}{|\vec{S}_i|} = \frac{\frac{|E_{0r}|^2}{2\eta_1}}{\frac{|E_{0i}|^2}{2\eta_1}} = |\rho|^2$$

$$T = \frac{|\vec{S}_t|}{|\vec{S}_i|} = |\tau|^2 \cdot \frac{\eta_1}{\eta_2}$$

Donde $R + T = 1$

Guías de onda de paredes conductoras

- La superposición de la onda incidente y reflejada da lugar a una onda estacionaria mixta
- Para que exista un régimen permanente, los nodos han de coincidir con las paredes conductoras $E|_{z=-d}=0$ de lo contrario las múltiples reflexiones dan lugar a interferencias destructivas
- Cumplida esta condición, tiene lugar una onda estacionaria “mixta” que se propaga paralela a la superficie conductora

$$E|_{z=-d} = 0 \Rightarrow k_{iz} = m \cdot \frac{\pi}{d} \Rightarrow \cos \theta_i = m \cdot \frac{\pi}{kd}$$

$$\cos \theta_i = m \cdot \frac{\lambda}{2d}$$

Guías de onda de paredes conductoras

$$\cos \theta_i = m \cdot \frac{\lambda}{2d}$$

- Cada valor de m recibe el nombre de “modo de propagación”
- En general, el valor de λ ha de ser menor que d (para guiar ondas de radio ¿espesores del cable?)
- Dada una onda a guiar, λ , en una guía de dimensiones d , para obtener un determinado m , No vale cualquier θ_i
- Como $\cos \theta < 1$ esto nos lleva a que $m < 2d/\lambda$, es decir el número de modos estará limitado por las dimensiones de la guía y la onda a transportar.
- Para cada valor de m se tienen dos tipos de excitación posibles:
 - Ondas con polarización \perp al plano de incidencia: Modos TE (modos con el campo E paralelo al plano transversal de la guía.
 - Ondas con polarización $//$ al plano de incidencia: Modos TM (modos con el campo H paralelo al plano transversal de la guía

Incidencia Oblicua sobre conductores (aplicación directa en guías de ondas)

Entre las ondas incidente y reflejada, se conservan:

- La Polarización
- La Amplitud
- Un desfase de π

Para simplificar los cálculos, definimos el **El plano de incidencia** como aquel que contiene los vectores \mathbf{a}_{ki} y \mathbf{n} . Por tanto **Normal** a la superficie del conductor. Esto nos redefine los ejes XYZ.

Descomposición de la onda incidente en dos ondas polarizadas linealmente:

- Una paralela al plano de incidencia
- Otra perpendicular al plano de incidencia

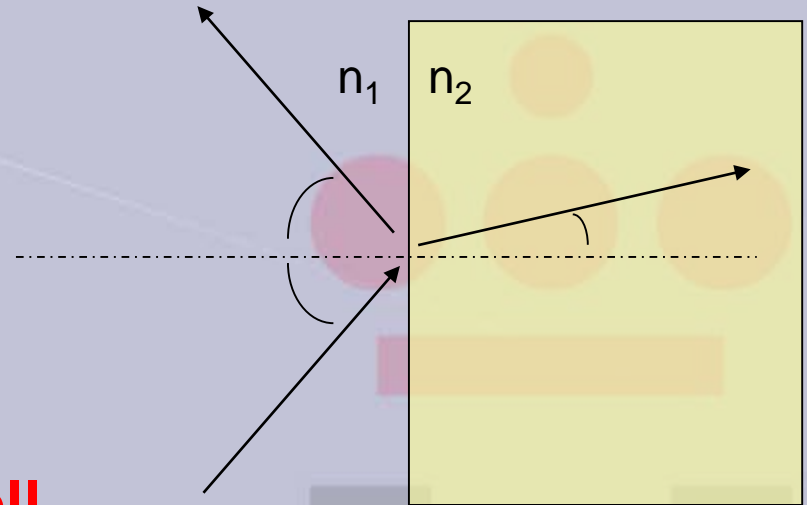
$$\mathbf{E}_i = \mathbf{E}_{i //} + \mathbf{E}_{i \perp}$$

Incidencia OBLICUA de ondas en medios conductores y dieléctricos

Incidencia oblicua sobre dieléctricos

Aplicando las condiciones de contorno, obtenemos las...

$$\begin{cases} (E_{ix} + E_{rx})|_{z=0} = E_{tx}|_{z=0} \\ (E_{iy} + E_{ry})|_{z=0} = E_{ty}|_{z=0} \end{cases}$$



Leyes de Snell

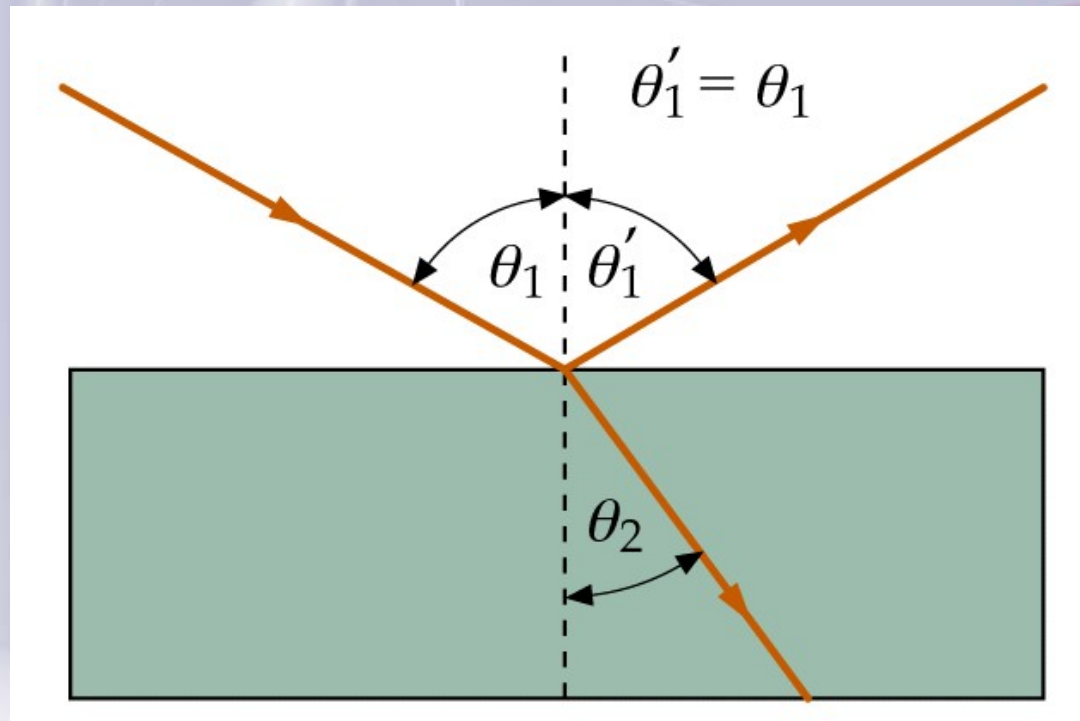
Ondas incidente y reflejada en el mismo plano (el de incidencia)

$$\theta_i = \theta_r$$

$$n_1 \operatorname{sen}\theta_i = n_2 \operatorname{sen}\theta_t$$

Incidencia Oblicua. Ley de Snell

Ley de Snell



$$n_i \text{ sen}\theta_i = n_t \text{ sen}\theta_t$$

Incidencia oblicua sobre dieléctricos. Coeficientes de reflexión y transmisión

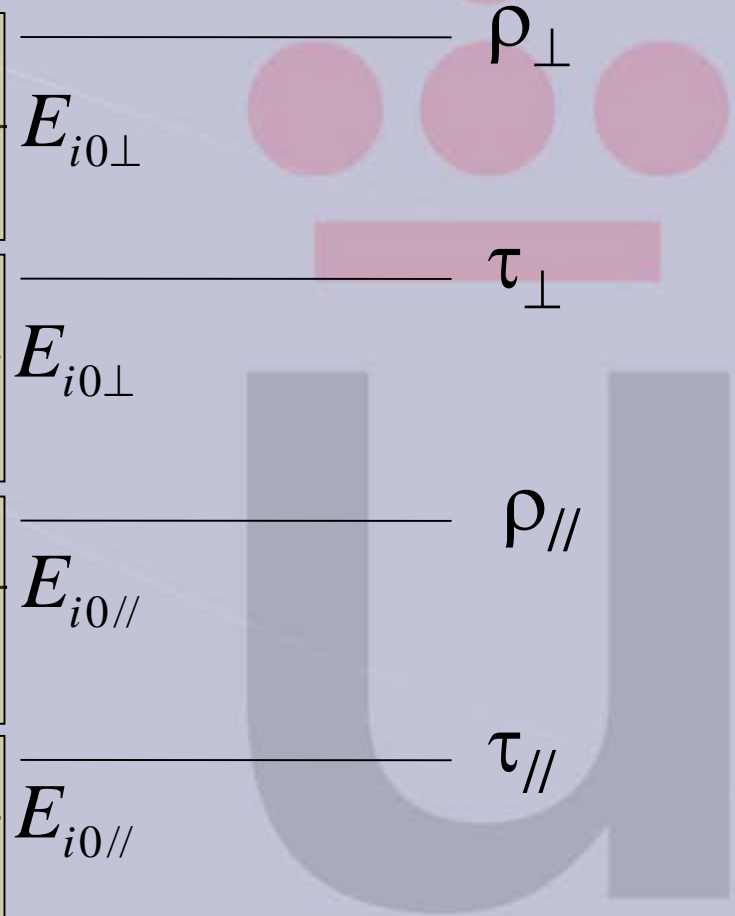
Ecuaciones de Fresnel

$$E_{r0\perp} = \frac{\eta_2 \cos \theta_i - \eta_1 \cos \theta_t}{\eta_2 \cos \theta_i + \eta_1 \cos \theta_t} E_{i0\perp}$$

$$E_{t0\perp} = \frac{2\eta_2 \cos \theta_i}{\eta_2 \cos \theta_i + \eta_1 \cos \theta_t} E_{i0\perp}$$

$$E_{r0\parallel} = \frac{\eta_2 \cos \theta_t - \eta_1 \cos \theta_i}{\eta_2 \cos \theta_t + \eta_1 \cos \theta_i} E_{i0\parallel}$$

$$E_{t0\parallel} = \frac{2\eta_2 \cos \theta_i}{\eta_2 \cos \theta_t + \eta_1 \cos \theta_i} E_{i0\parallel}$$

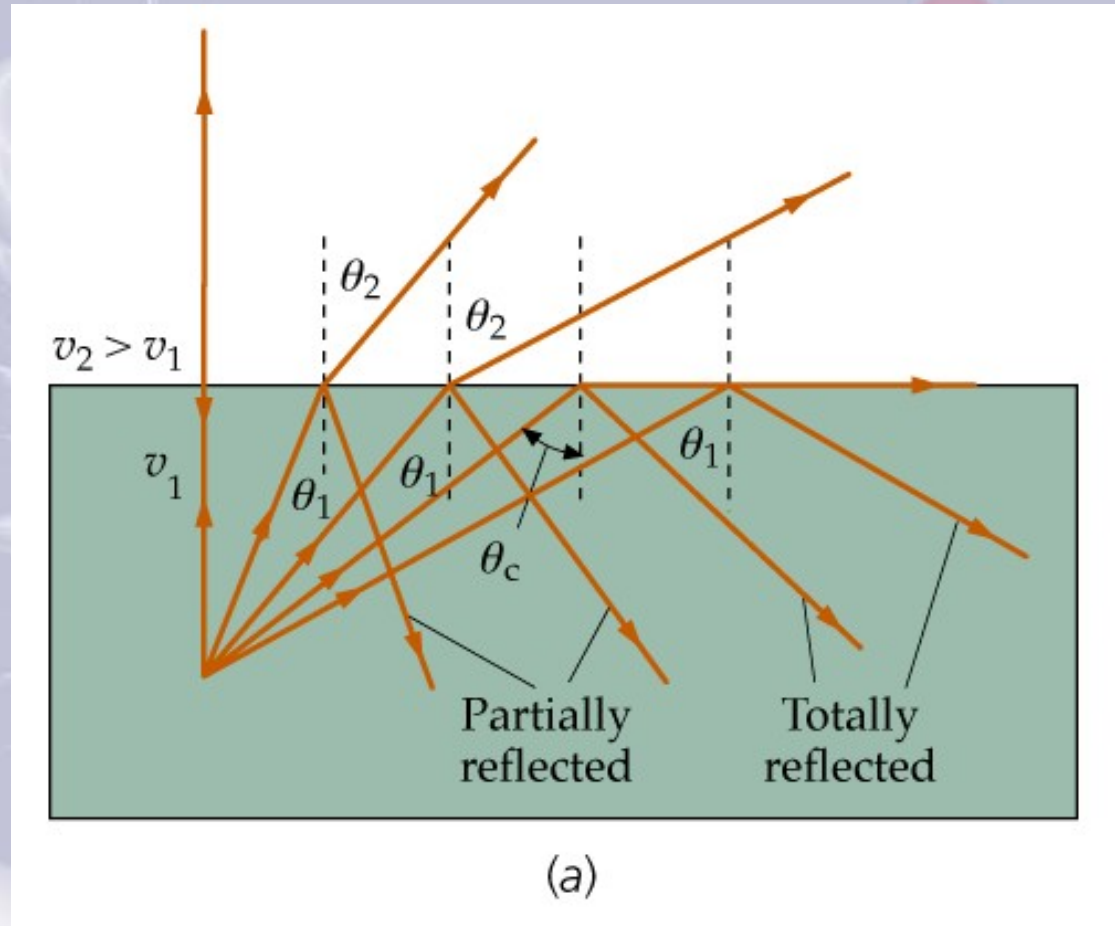


Incidencia Oblicua. Ángulo crítico

$$\text{sen } \theta_c = \frac{n_2}{n_1}$$

O bien

$$\text{sen } \theta_c = \sqrt{\frac{\epsilon_2 \mu_2}{\epsilon_1 \mu_1}}$$

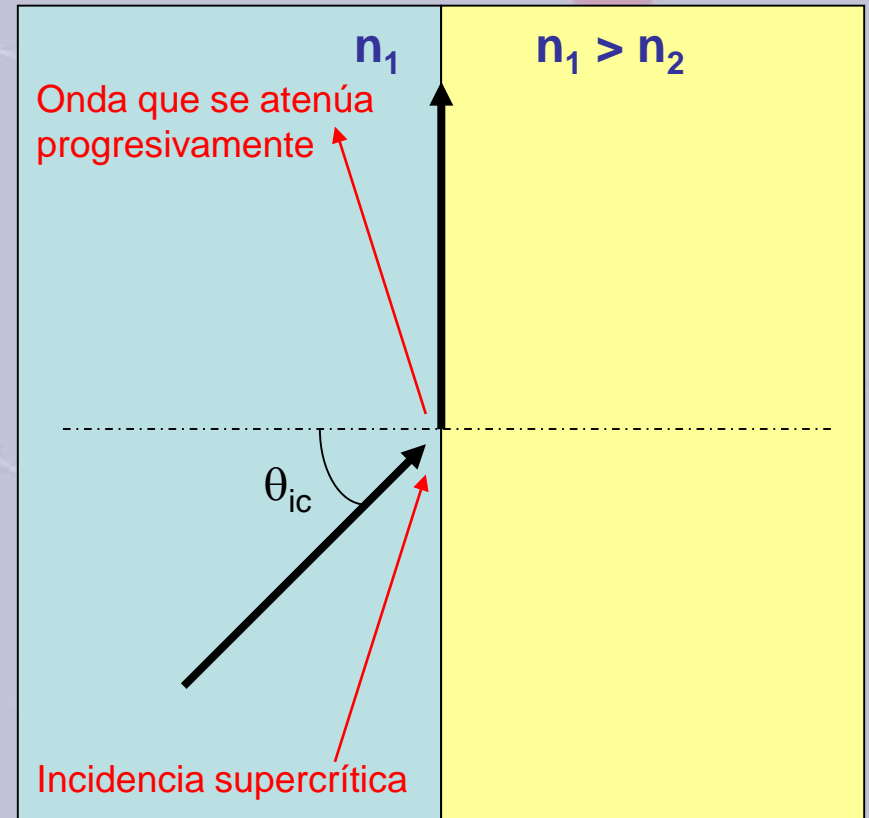


Ángulo Crítico (Reflexión total)

No se transmite potencia a través de la superficie de separación

$$\theta_{ic} = \text{arc sen} \frac{n_2}{n_1}$$

Si se supera el ángulo crítico, se llega a una situación anómala, sin sentido físico pero con sentido matemático ($\cos \theta_t = i\gamma$)



Ángulo crítico. Aplicaciones.

Propagación ionosférica

Ionosfera: plasma (gas ionizado) con N_e : $n^0 e^-$ por m^3

$$n_{ionosfera} = \sqrt{1 - 80.5 \frac{(N_e)}{f}}$$

El índice de refracción, n , disminuye con la altura (las capas altas tienen mayor concentración electrónica)

El valor máximo de N_e se encuentra en una determinada CAPA DE HEAVISIDE alcanzando en ella la ionosfera su n mínimo

Si se quiere que una onda no atraviese una determinada capa 1, y sea reflejada, tendrá que cumplirse: $n_1 < \text{sen}\theta_0$ es decir:

$$\text{sen}\theta_0 > \sqrt{1 - 80.5 \frac{(N_e)_{\max}}{f}} \quad \Rightarrow \quad f < \sqrt{80.5 (N_e)_{\max}}$$

Propagación ionosférica.

Plasma: Gas ionizado con igual densidad de iones y electrones. En general se genera a grandes temperaturas, suficientes para ionizar el gas.

Ionosfera: capa atmosférica entre 50 y 500 Km, con electrones y gases ionizados con densidades muy similares de manera que puede considerarse en comportamiento como un plasma.

Frecuencia de corte de un plasma: Frecuencia que debe poseer una onda EM para atravesar la capa de plasma

$$f_p \approx 9\sqrt{N} \text{ (Hz)}$$

Ionosfera: N varía entre 10^{10} y 10^{12} e⁻/m³ → Para asegurar comunicación con satélite $f > 9 \text{ MHz}$

Naves espaciales entrando en órbita: → Para asegurar comunicación $f_p \sim 127 \text{ MHz}$
 $N: 2 \times 10^8$

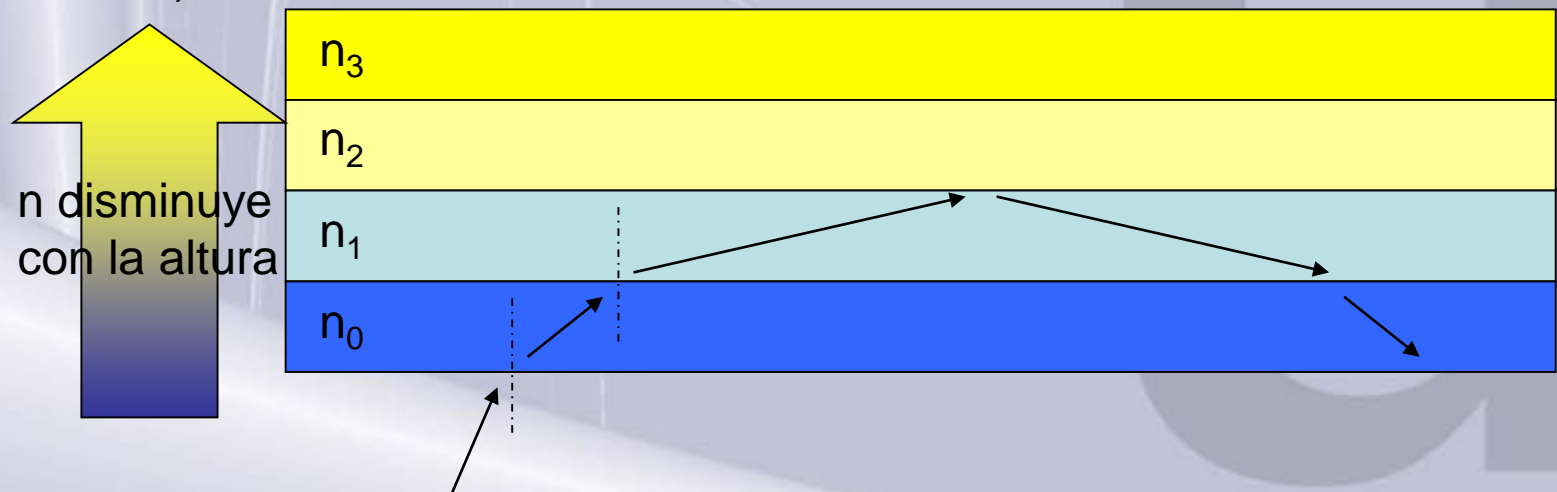
Propagación ionosférica.

Si la onda incide con una frecuencia

$$f > \sqrt{80.5(N_e)_{\text{máx}}}$$

La onda atraviesa la ionosfera, y permite las comunicaciones espaciales.

Teniendo en cuenta que $(N_e)_{\text{máx}} \sim 10^{12} \text{ e}^-/\text{m}^2$, la frecuencia empleada para comunicaciones espaciales debe de ser $> 9 \text{ MHz}$. (Hecho muy agradecido por los pioneros de la radio, que utilizaban transmisores del orden de KHz)



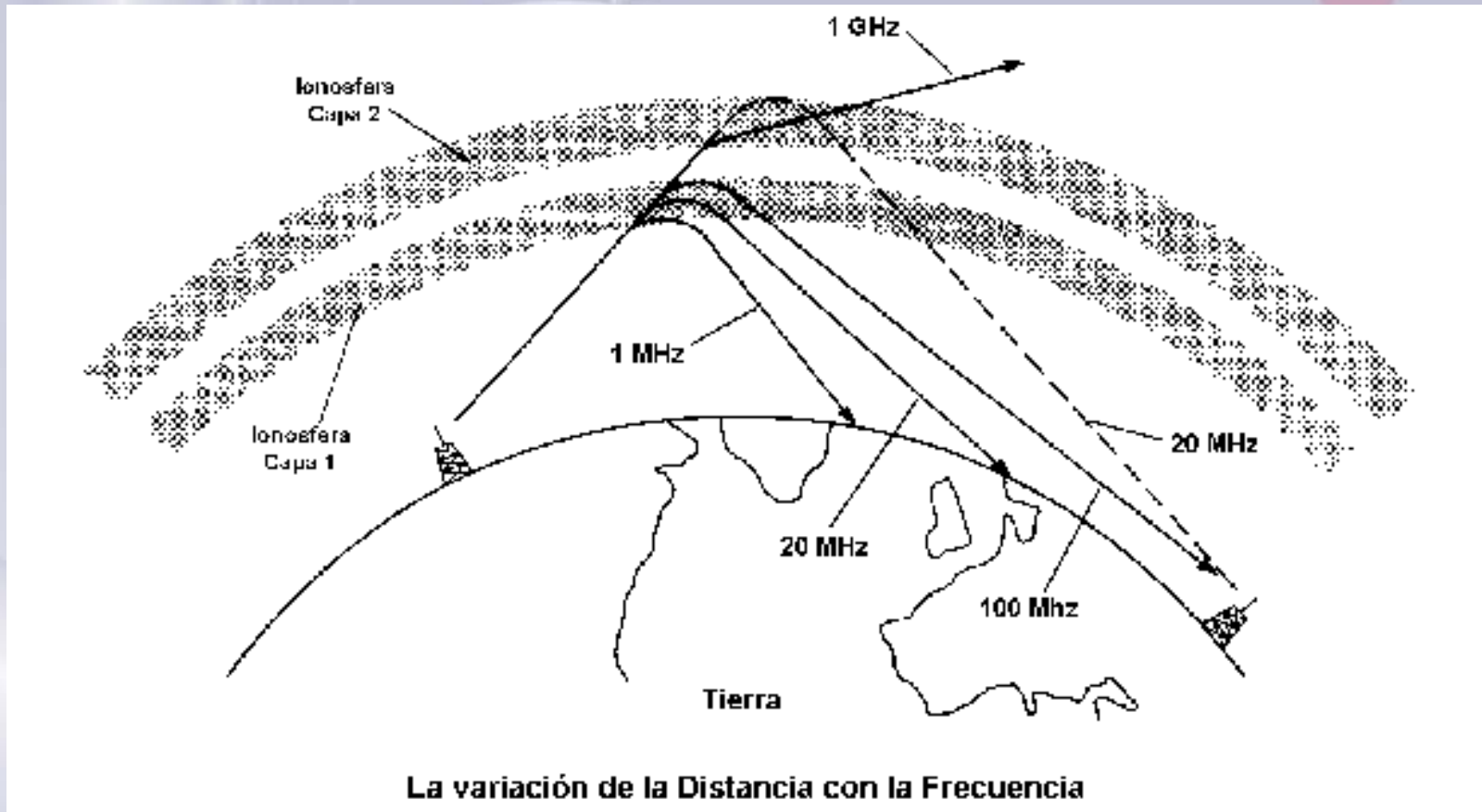
Propagación ionosférica.

• REFLEXION IONOSFÉRICA

– Ionosfera:

- De 50 a 400 km
- Moléculas del aire disociadas en iones positivos y negativos (mayor disociación de día)
- Índice de refracción disminuye con la altura -> Reflexión de las ondas
- Posee diferentes capas D,E,F. Las mas cercanas a la superficie desaparecen durante la noche → Alcances mayores nocturnos que diurnos.
- Ondas con frecuencias superiores a 30 MHz atraviesan las diferentes capas y no sufren reflexión en la ionosfera (frecuencia crítica)
- El ángulo de incidencia de la onda en la ionosfera determina el alcance (mayor ángulo, mayor alcance)

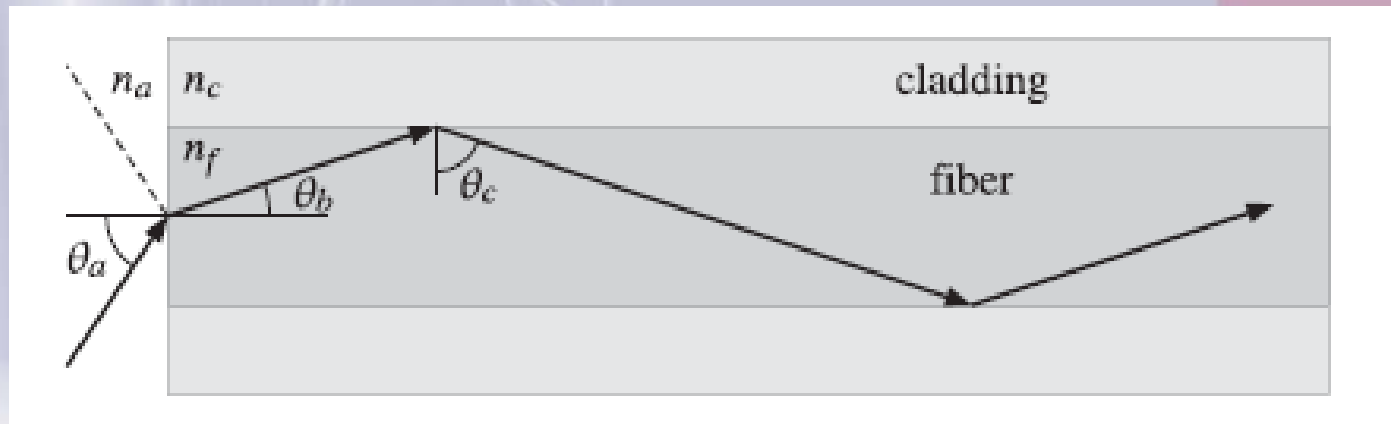
La ionosfera como guía de ondas...



Incidencia Oblicua. Fibras ópticas. Aplicaciones

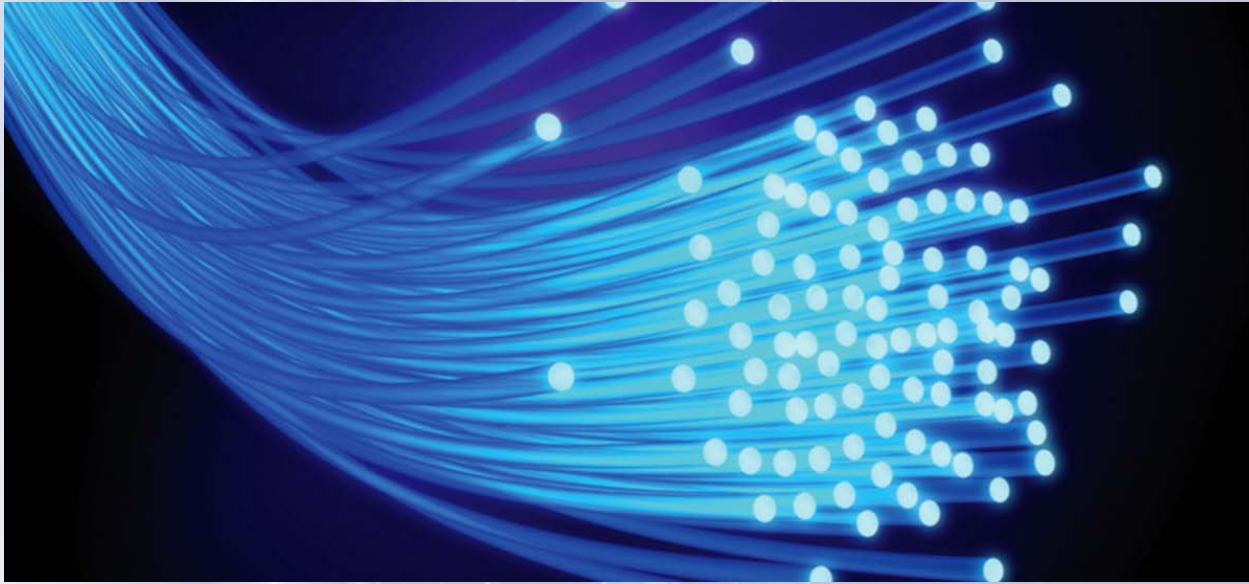
En comunicaciones la velocidad de transmisión es proporcional a la frecuencia de la señal.

- Ondas de radio ---- $f: 10^6$ Hz
- Luz --- $f: 10^{15}$ Hz



Aplicaciones en medicina, comunicaciones ...

Cómo guiar la luz. Fibra óptica.



Download from
Dreamstime.com

The watermark image is for previewing purposes only.

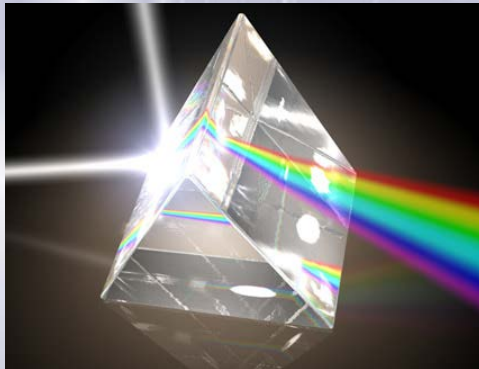
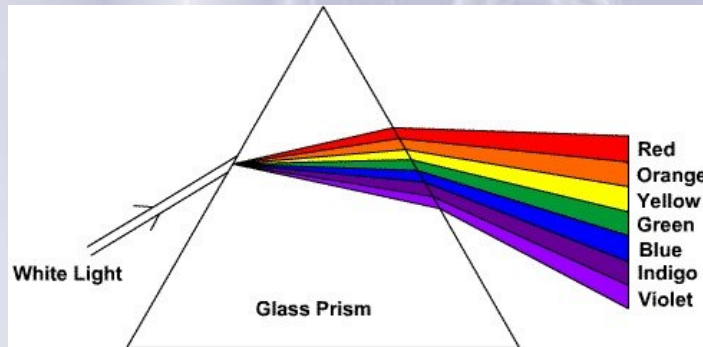


29412993

© Olivier La Moal | Dreamstime.com

Medios dispersivos

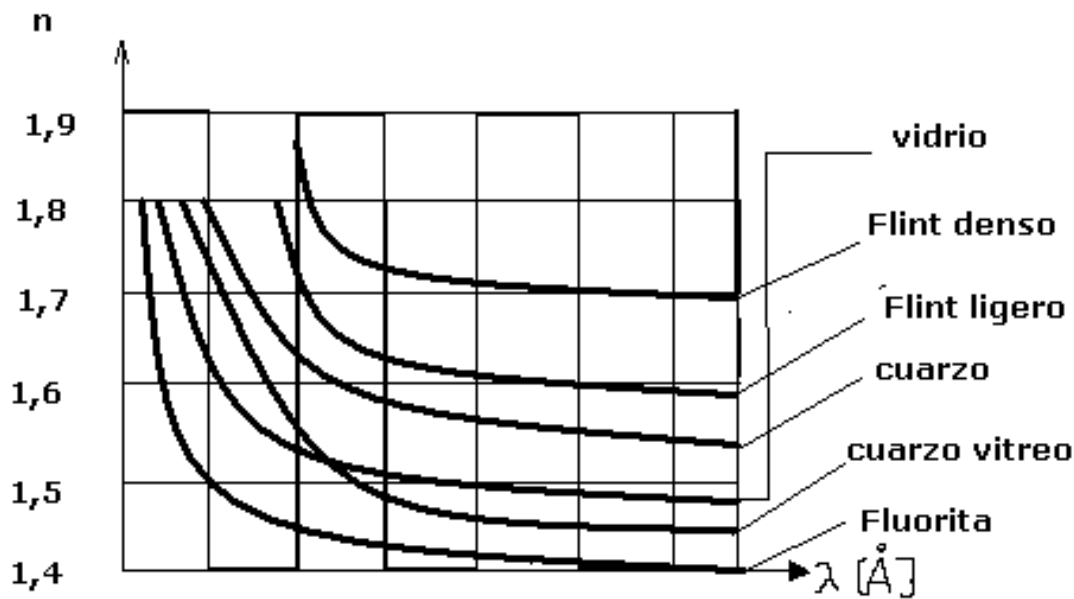
Algunos medios no tratan de igual forma las ondas con diferentes frecuencias, de manera que tanto las velocidades de fase como los ángulos de refracción también cambian en función de la frecuencia incidente. La atmosfera es un medio dispersivo



Azul del cielo, Atardeceres rojizos, espacio negro...

Medios dispersivos

Figura 8



En estos medios Distintas Frecuencias se propagan a distintas velocidades

Si n varía con la frecuencia de la onda, entonces también v varía con la frecuencia.

$$n_i \text{ sen}\theta_i = n_t \text{ sen}\theta_t$$

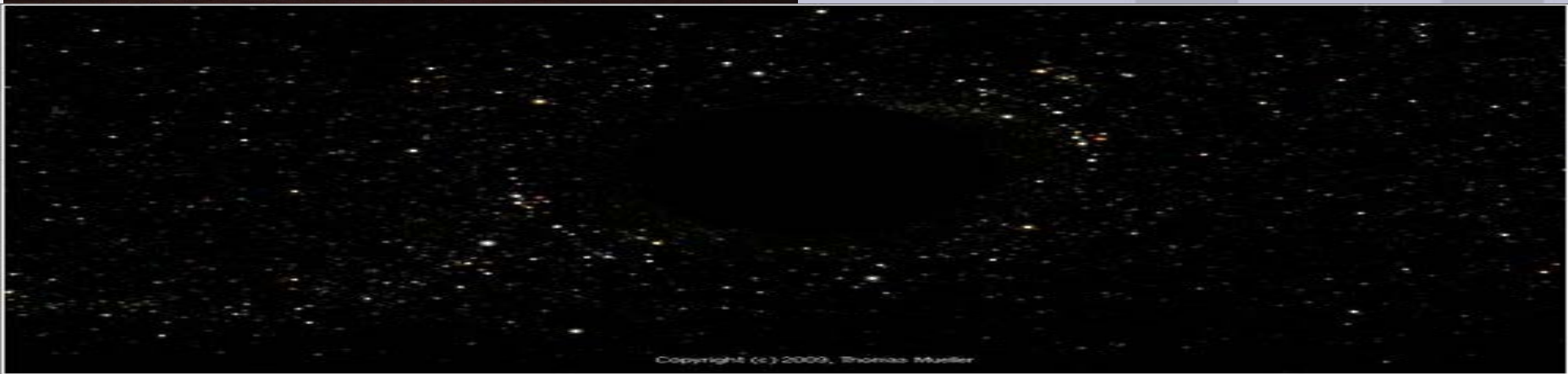
$$n = \frac{c}{v}$$

índice de refracción

velocidad de la luz en el vacío

velocidad de la luz en el medio

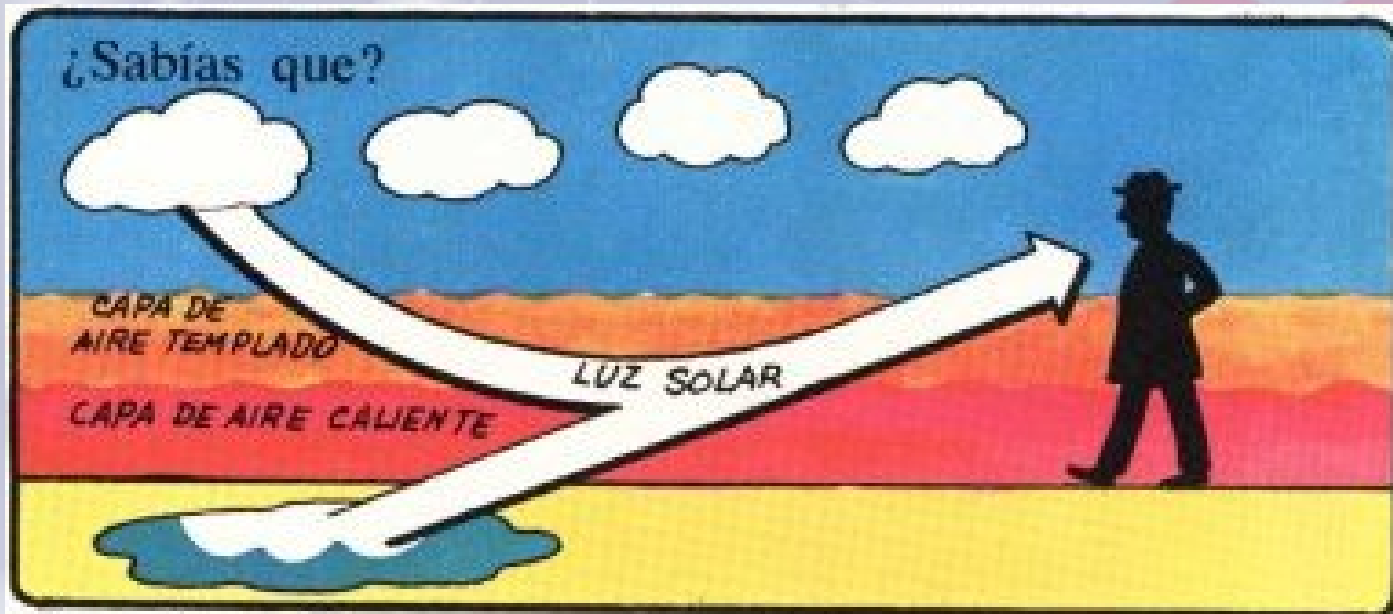
Pero ¿de qué color es el cielo?



Espejismos



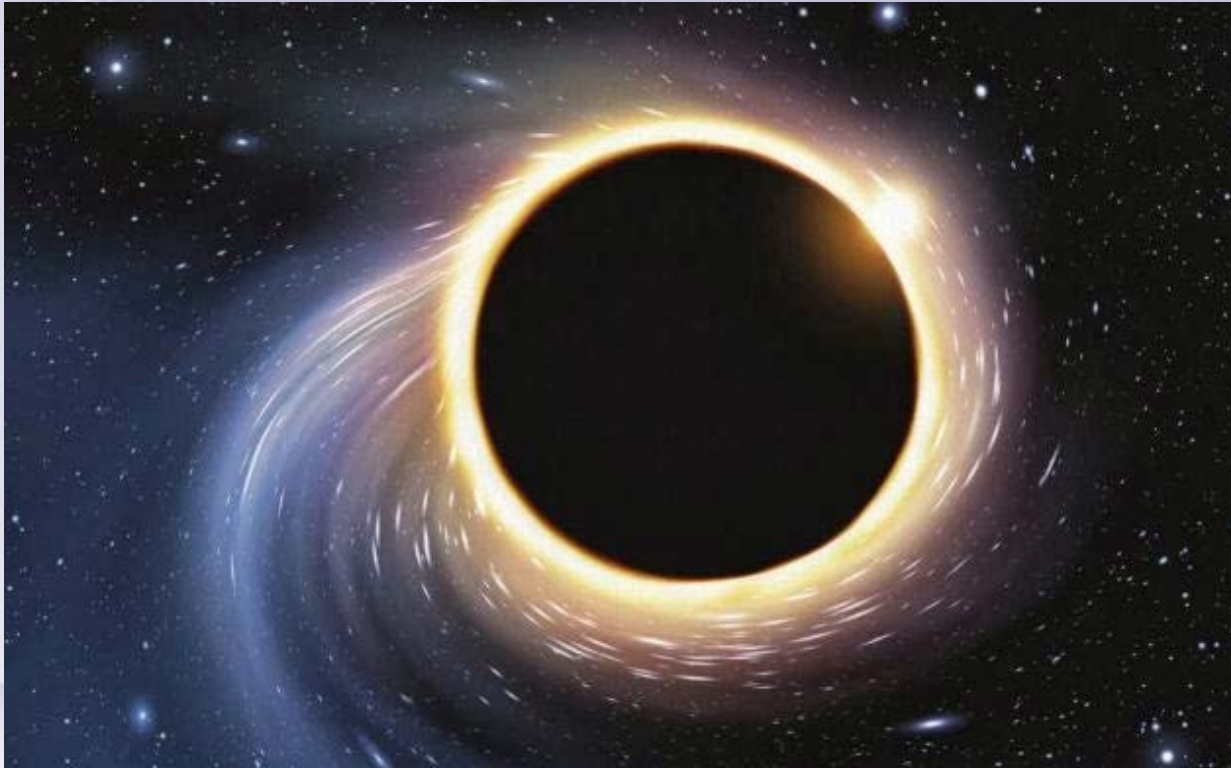
Espejismos



En un día muy caluroso, algunas veces se ven charcos en el suelo. Cuando te acercas desaparecen. Esto se llama espejismo y se ve en los desiertos.


El hombre de este dibujo recibe luz del cielo. Una capa de aire caliente lo dobla sobre el suelo y ve el reflejo del cielo y de las nubes sobre la tierra, que parecen como charcos de agua azul.

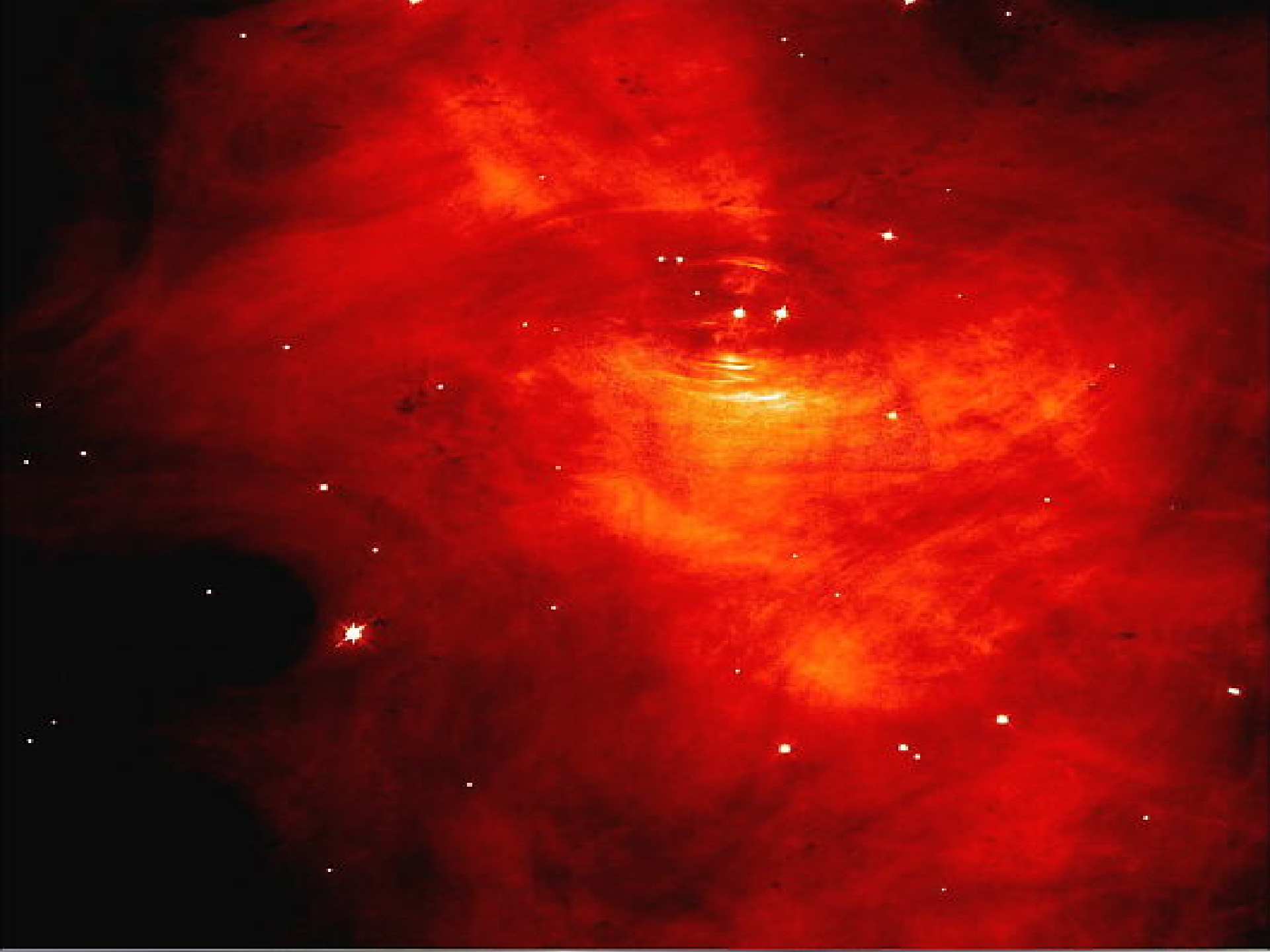
La masa curva la luz... Agujeros negros.



**Incidencia de ondas en medios conductores
y dieléctricos.
POLARIZACIÓN**



Mosaic of The Crab Nebula  HUBBLESITE.org



Polarización. Oscilacion campos EM

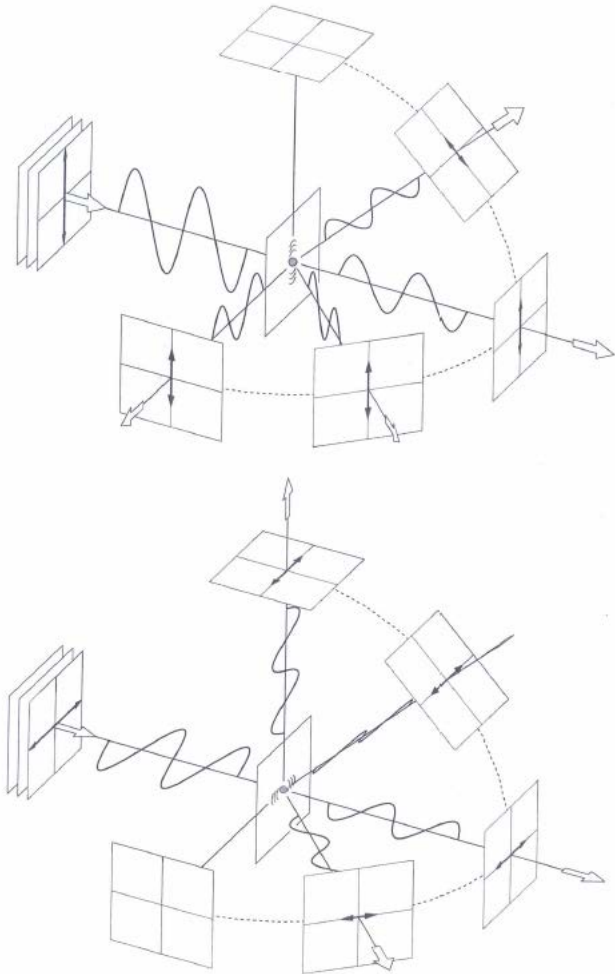


Figura 5-4 Dependencia de la polarización de la luz esparcida con la dirección de observación. La luz incidente está polarizada linealmente.

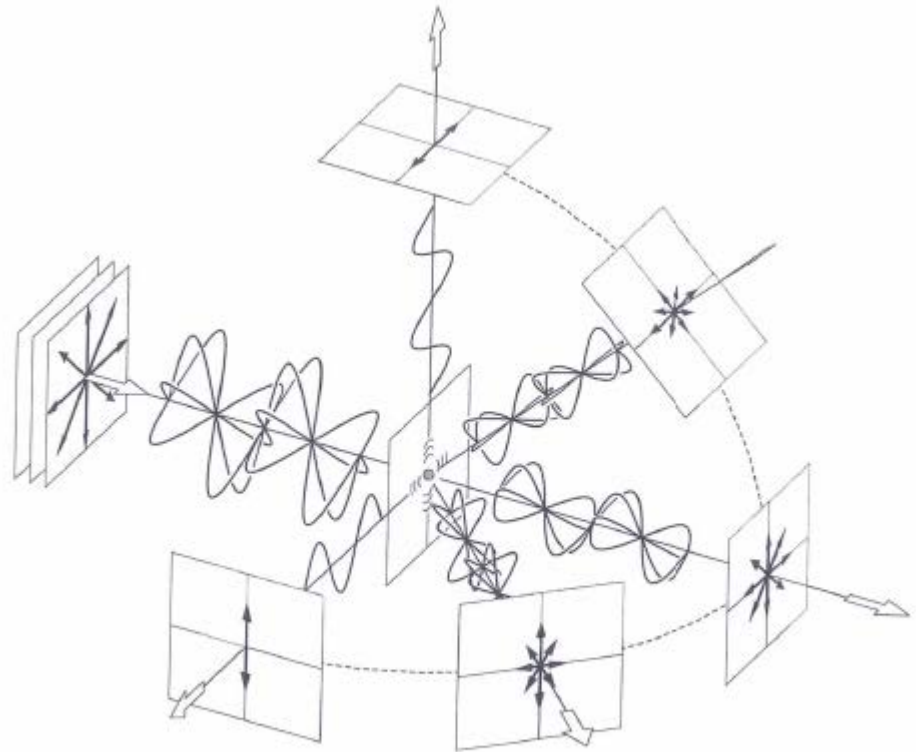
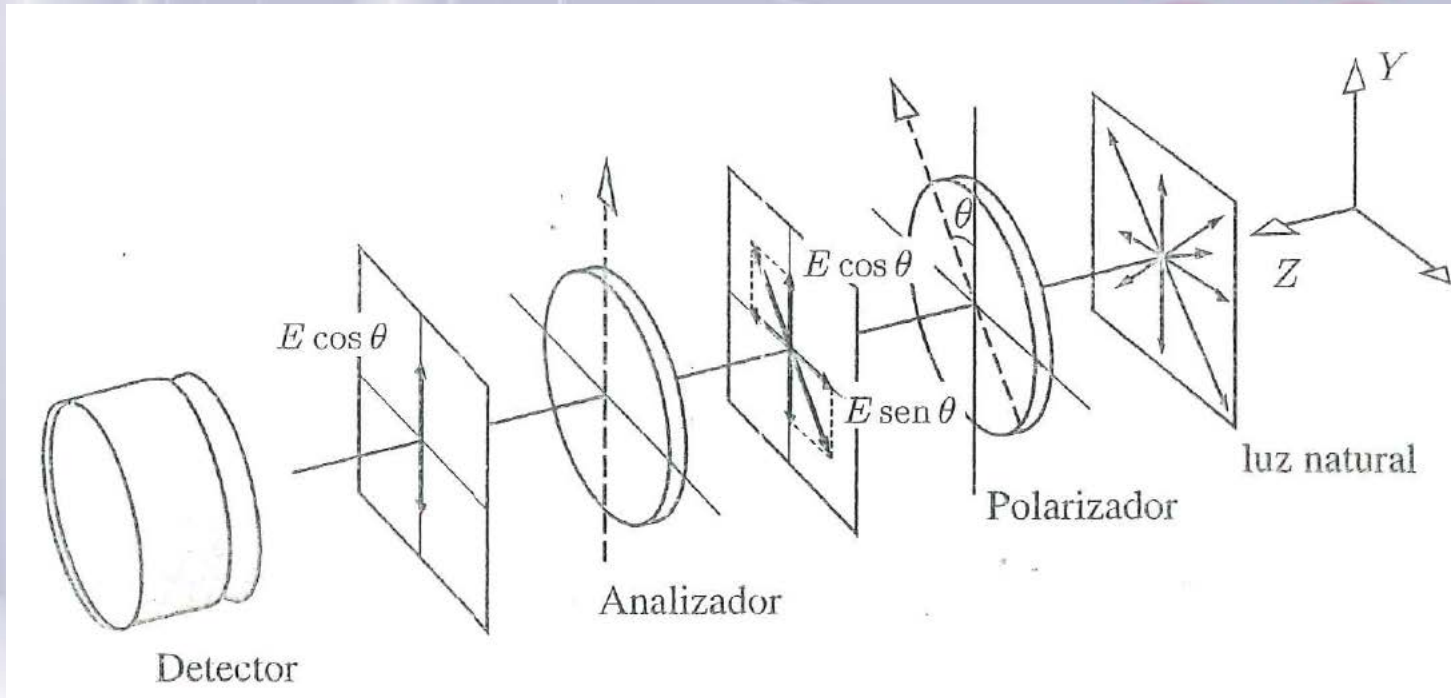
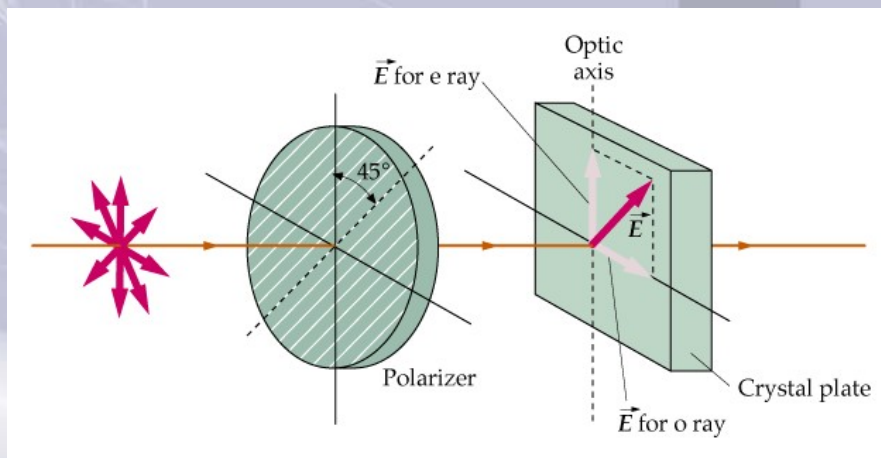
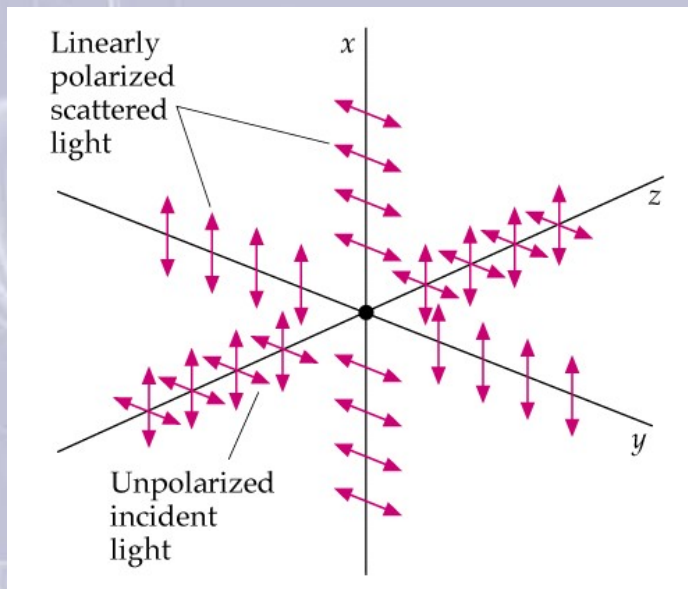
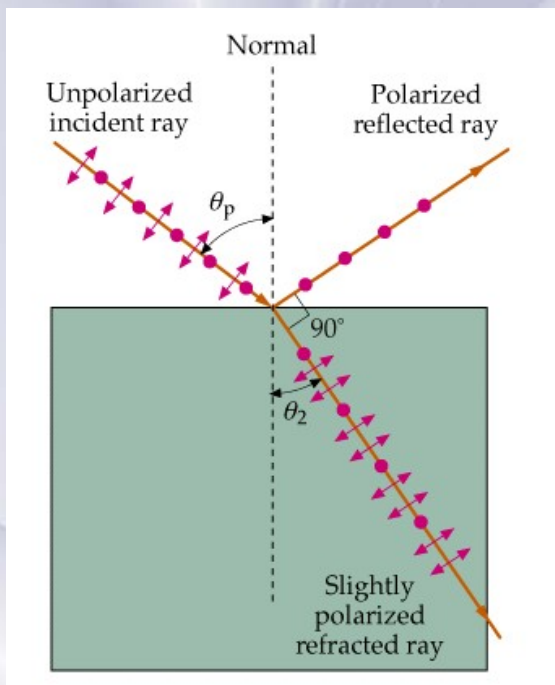


Figura 5-5 Polarización de la luz esparcida en distintas direcciones. La luz incidente es natural.

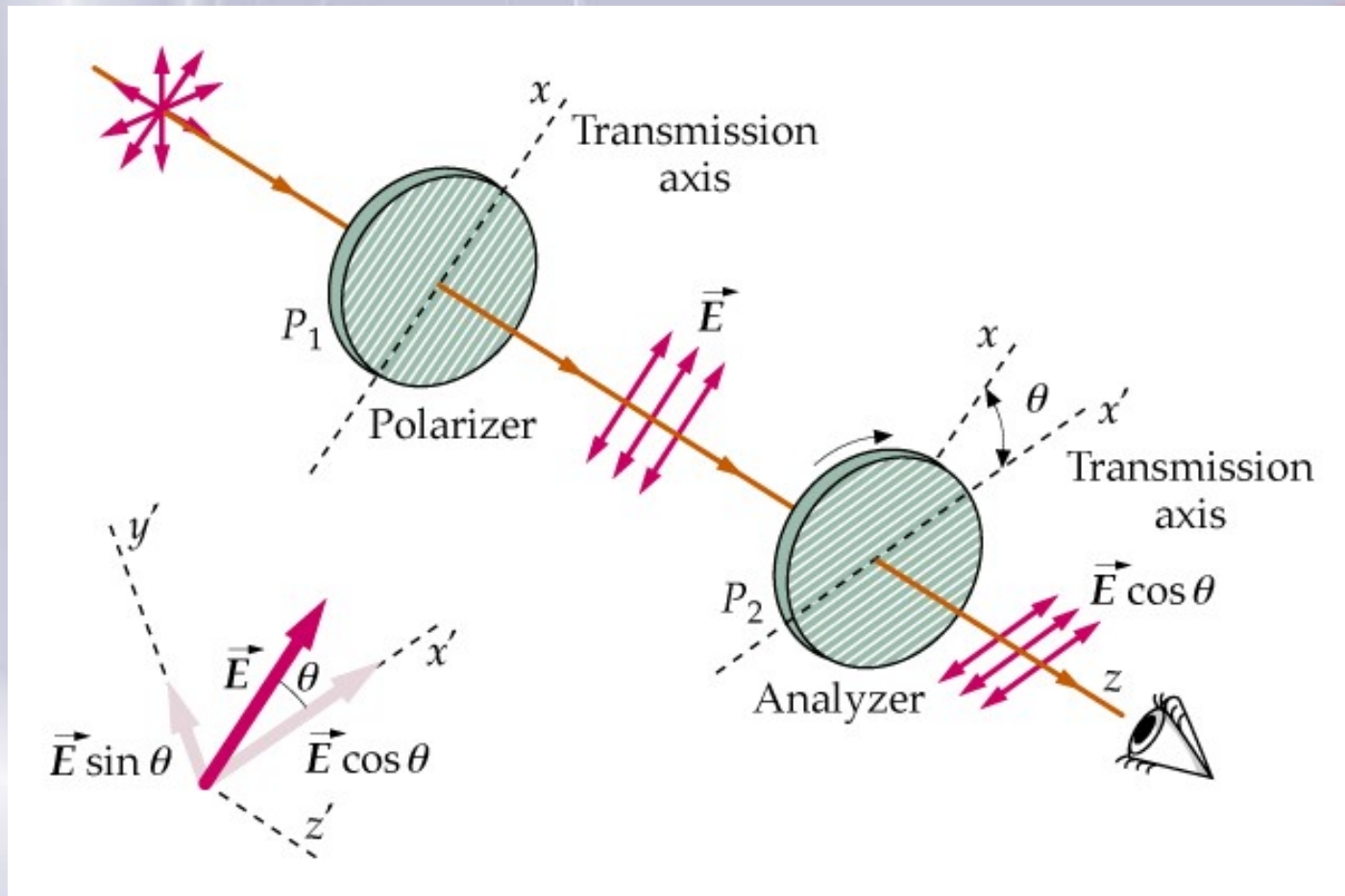
Polarizador



Polarización



Polarización. Polarizadores



Polarización circular...

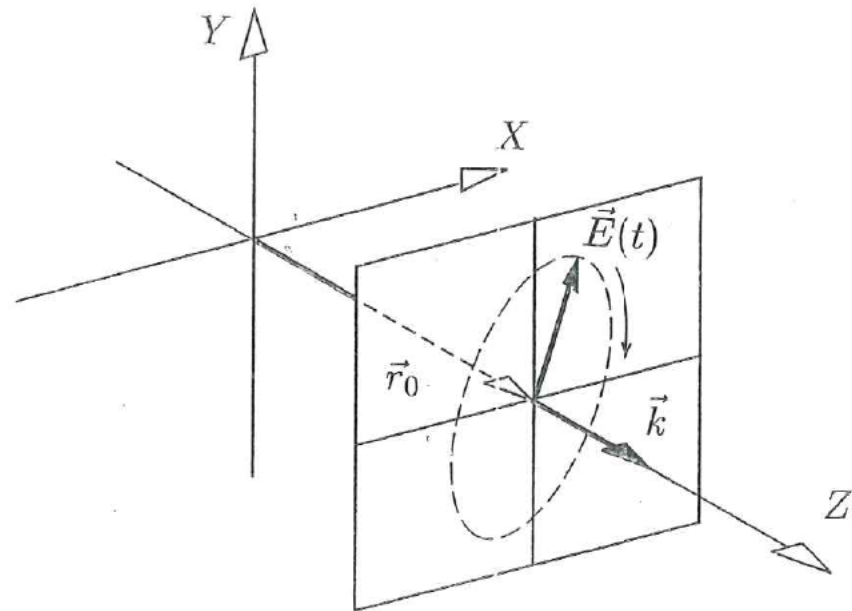
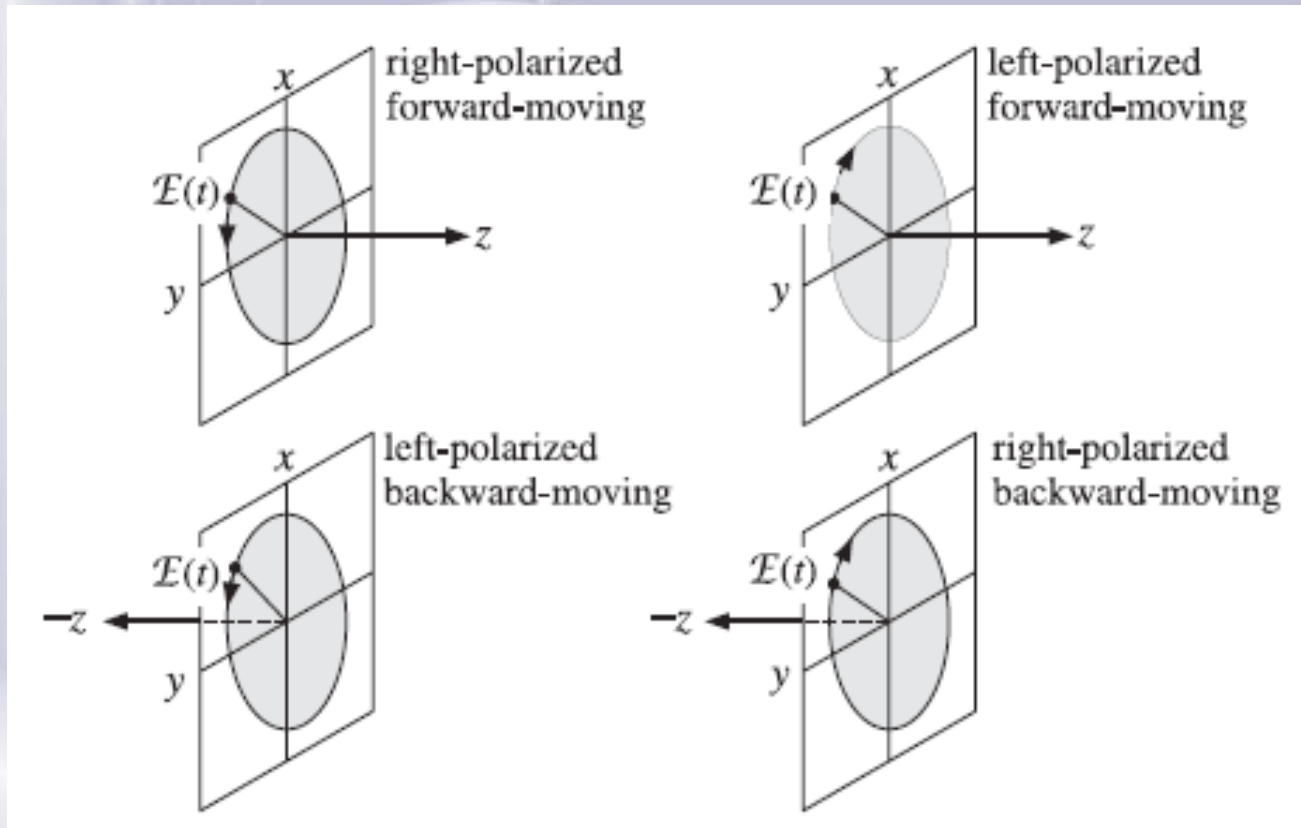


Figura 3-4 Sistema de ejes elegido para representar el estado de polarización de una onda monocromática y plana en un punto fijo del espacio \vec{r}_0 con polarización dextrógira.

Polarización. Sentido de giro



Polarización.

La polarización se emplea , en la práctica, para reutilización del espectro electromagnético.

Lineal $\vec{E}(t) = \vec{a}_x E_{10} \cos \omega t + \vec{a}_y E_{20} \cos \omega t$

Circular $\vec{E}(t) = \vec{a}_x E_{10} \cos \omega t + \vec{a}_y E_{10} \sin \omega t$

Elíptica $\vec{E}(t) = \vec{a}_x E_{10} \cos \omega t + \vec{a}_y E_{20} \cos(\omega t + \varphi)$ con $\varphi \neq 0, \pm \pi, \pm \frac{\pi}{2}$

Si $p = \frac{E_{20}}{E_{10}} \neq 0 \neq 1 \Rightarrow$ Elipse "no girada"

Si $p = \frac{E_{20}}{E_{10}}$ cualquier valor \Rightarrow Elipse "girada"

Incidencia Oblicua sobre conductores (aplicación directa en guías de ondas)

Entre las ondas incidente y reflejada, se conservan:

- La Polarización
- La Amplitud
- Un desfase de π

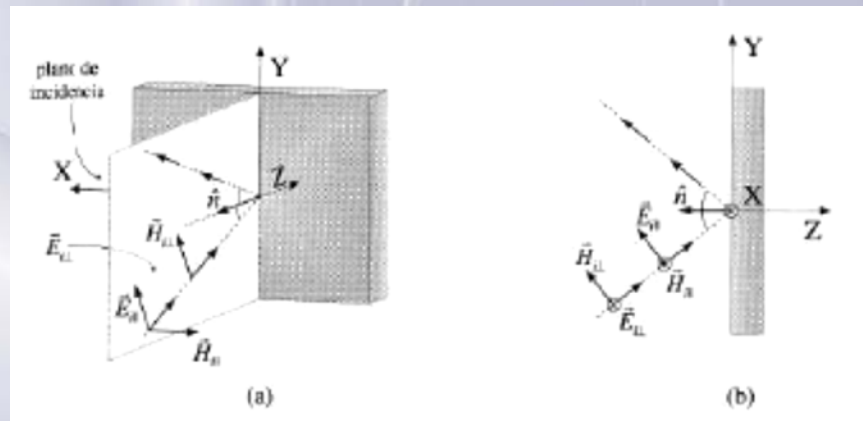
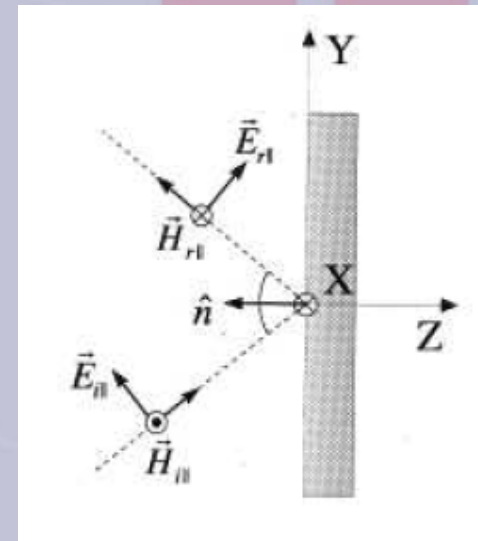
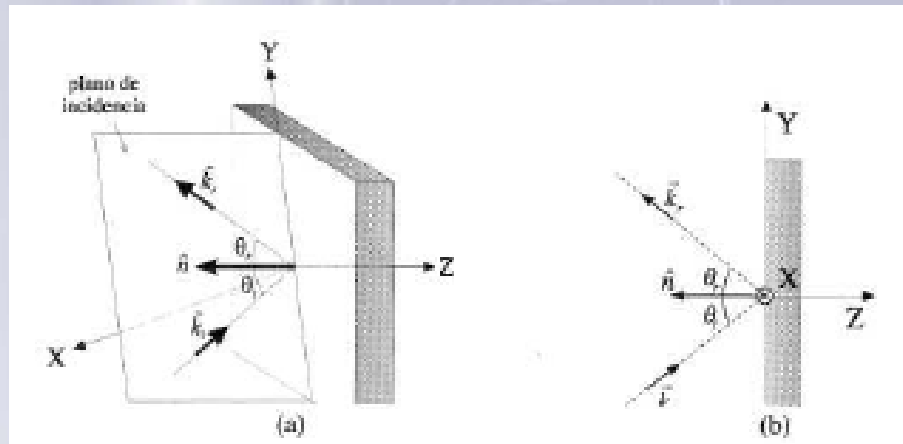
Para simplificar los cálculos, definimos el **El plano de incidencia** como aquel que contiene los vectores \mathbf{a}_{ki} y \mathbf{n} . Por tanto **Normal** a la superficie del conductor. Esto nos redefine los ejes XYZ.

Descomposición de la onda incidente en dos ondas polarizadas linealmente:

- Una paralela al plano de incidencia
- Otra perpendicular al plano de incidencia

$$\mathbf{E}_i = \mathbf{E}_{i //} + \mathbf{E}_{i \perp}$$

Incidencia Oblicua sobre conductores



Incidencia Oblicua en Conductores

La onda incidente con polarización lineal \perp al plano de incidencia

Traduciendo las condiciones de contorno a los nuevos ejes $//$ y \perp se puede concluir:

$$\theta_i = \theta_r$$

Y por tanto la relación entre amplitudes queda de la forma:

$$\frac{E_{0r\perp}}{E_{0i\perp}} = -1$$

(ambas demostraciones quedan como ejercicio para “casa”)

Incidencia Oblicua en Conductores

La onda incidente con polarización lineal // al plano de incidencia

Al igual que en el caso anterior, y de nuevo traduciendo las condiciones de contorno a los nuevos ejes // y \perp se puede concluir:

$$\theta_i = \theta_r$$

Y de igual forma, por tanto la relación entre amplitudes queda como antes:

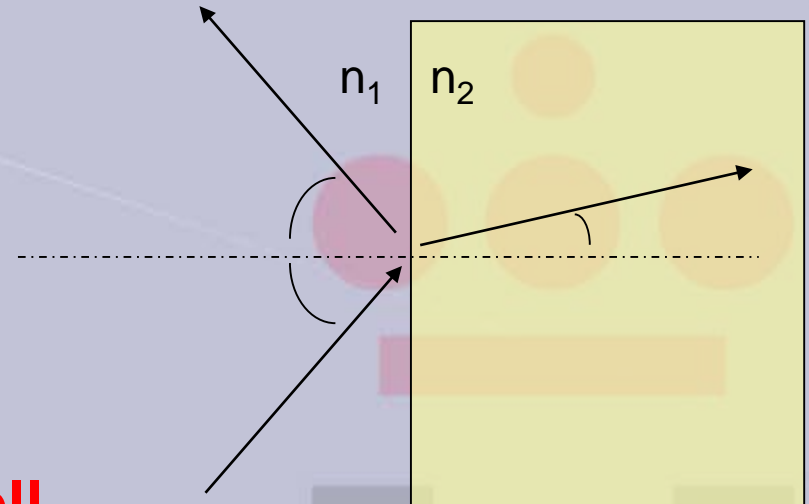
$$\frac{E_{0r//}}{E_{0i//}} = -1$$

(ambas demostraciones quedan como ejercicio para “casa”)

Incidencia oblicua sobre dieléctricos

Aplicando las condiciones de contorno, obtenemos las...

$$\begin{cases} (E_{ix} + E_{rx})|_{z=0} = E_{tx}|_{z=0} \\ (E_{iy} + E_{ry})|_{z=0} = E_{ty}|_{z=0} \end{cases}$$



Leyes de Snell

Ondas incidente y reflejada en el mismo plano (el de incidencia)

$$\theta_i = \theta_r$$

$$n_1 \operatorname{sen}\theta_i = n_2 \operatorname{sen}\theta_t$$

Incidencia oblicua sobre dieléctricos

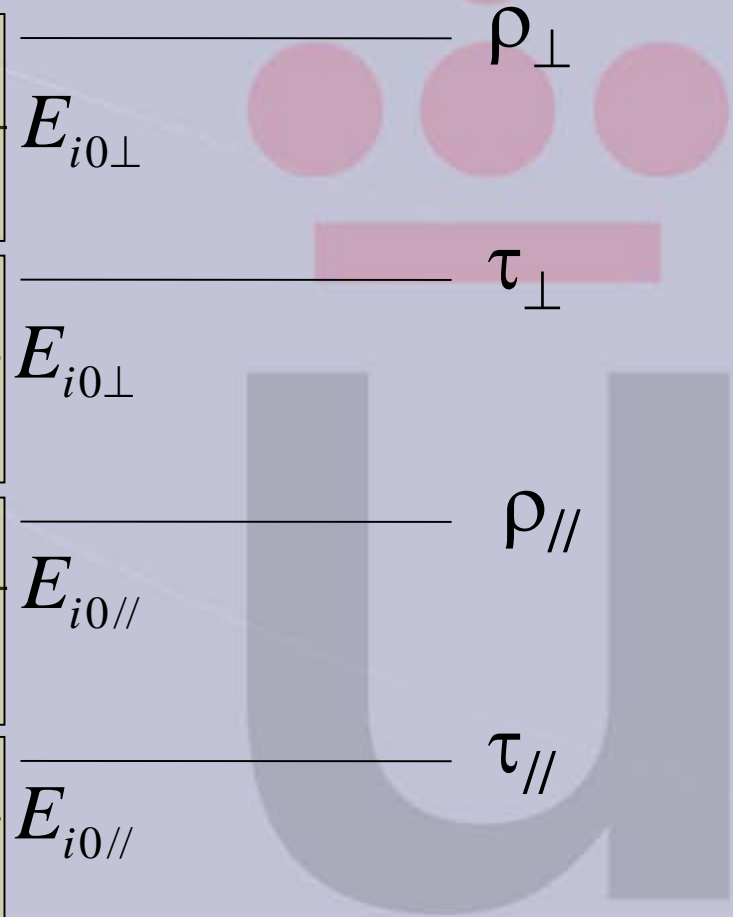
Ecuaciones de Fresnel

$$E_{r0\perp} = \frac{\eta_2 \cos \theta_i - \eta_1 \cos \theta_t}{\eta_2 \cos \theta_i + \eta_1 \cos \theta_t} E_{i0\perp}$$

$$E_{t0\perp} = \frac{2\eta_2 \cos \theta_i}{\eta_2 \cos \theta_i + \eta_1 \cos \theta_t} E_{i0\perp}$$

$$E_{r0\parallel} = \frac{\eta_2 \cos \theta_t - \eta_1 \cos \theta_i}{\eta_2 \cos \theta_t + \eta_1 \cos \theta_i} E_{i0\parallel}$$

$$E_{t0\parallel} = \frac{2\eta_2 \cos \theta_i}{\eta_2 \cos \theta_t + \eta_1 \cos \theta_i} E_{i0\parallel}$$



Incidencia oblicua sobre dieléctricos

La resolución de un problema de incidencia en medios dieléctricos se reduce al cálculo de los coeficientes de reflexión y transmisión mediante las leyes de Fresnel, de manera que los campos quedan:

$$\vec{E}_i = \vec{E}_{i//} + \vec{E}_{i\perp} = (E_{io//} \vec{a}_{i//} + E_{io\perp} \vec{a}_{i\perp}) e^{-i\vec{k}_i \cdot \vec{r}}$$

$$\vec{E}_r = \vec{E}_{r//} + \vec{E}_{r\perp} = (\rho_{//} E_{io//} \vec{a}_{r//} + \rho_{\perp} E_{io\perp} \vec{a}_{r\perp}) e^{-i\vec{k}_r \cdot \vec{r}}$$

$$\vec{E}_t = \vec{E}_{t//} + \vec{E}_{t\perp} = (\tau_{//} E_{io//} \vec{a}_{t//} + \tau_{\perp} E_{io\perp} \vec{a}_{t\perp}) e^{-i\vec{k}_t \cdot \vec{r}}$$

$$\vec{H} = \frac{1}{\eta} \vec{a}_k \times \vec{E}$$

Incidencia oblicua sobre dieléctricos

La Reflectancia y Transmitancia quedan como sigue:

El flujo de potencia en la dirección normal a la superficie, viene dado por la componente en la dirección z

$$R = \frac{|\vec{S}_{rz}|}{|\vec{S}_{iz}|} = \frac{\frac{|E_{0r}|^2}{2\eta_1} \cos \theta_i}{\frac{|E_{0i}|^2}{2\eta_1} \cos \theta_i} = |\rho|^2 \qquad T = \frac{|\vec{S}_t|}{|\vec{S}_i|} = |\tau|^2 \cdot \frac{\eta_1 \cos \theta_t}{\eta_2 \cos \theta_i}$$

$$R+T = 1$$

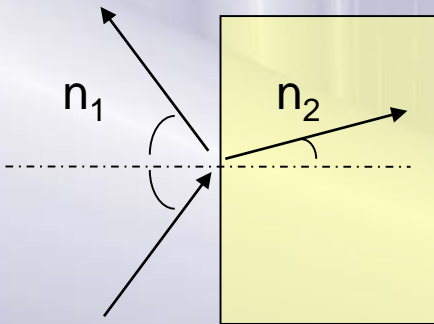
Ángulo de Brewster

¿Para qué valores de θ_i se verifica que $\rho = 0$?

(no existe onda reflejada)

a) Onda incidente con polarización lineal // al plano de incidencia

Haciendo uso de las leyes de Snell y las ecuaciones de Fresnel (ejercicio para casa) , concluimos que:



$$\theta_i = \text{arc tg} \frac{n_2}{n_1}$$

Ya que $n_1 > 1$, tenemos entonces que siempre existirá un ángulo de reflexión nula

Ángulo de Brewster

¿Para qué valores de θ_i se verifica que $\rho = 0$?

(no existe onda reflejada)

b) Onda incidente con polarización lineal \perp al plano de incidencia

Condición a cumplir para que no se tenga reflexión

$$\frac{n_2}{n_1} = 1$$

¡Que no exista cambio de medio!

Con este tipo de polarización, siempre que haya un cambio de medio obtendremos reflexión de la componente de la onda polarizada \perp al **plano de incidencia**

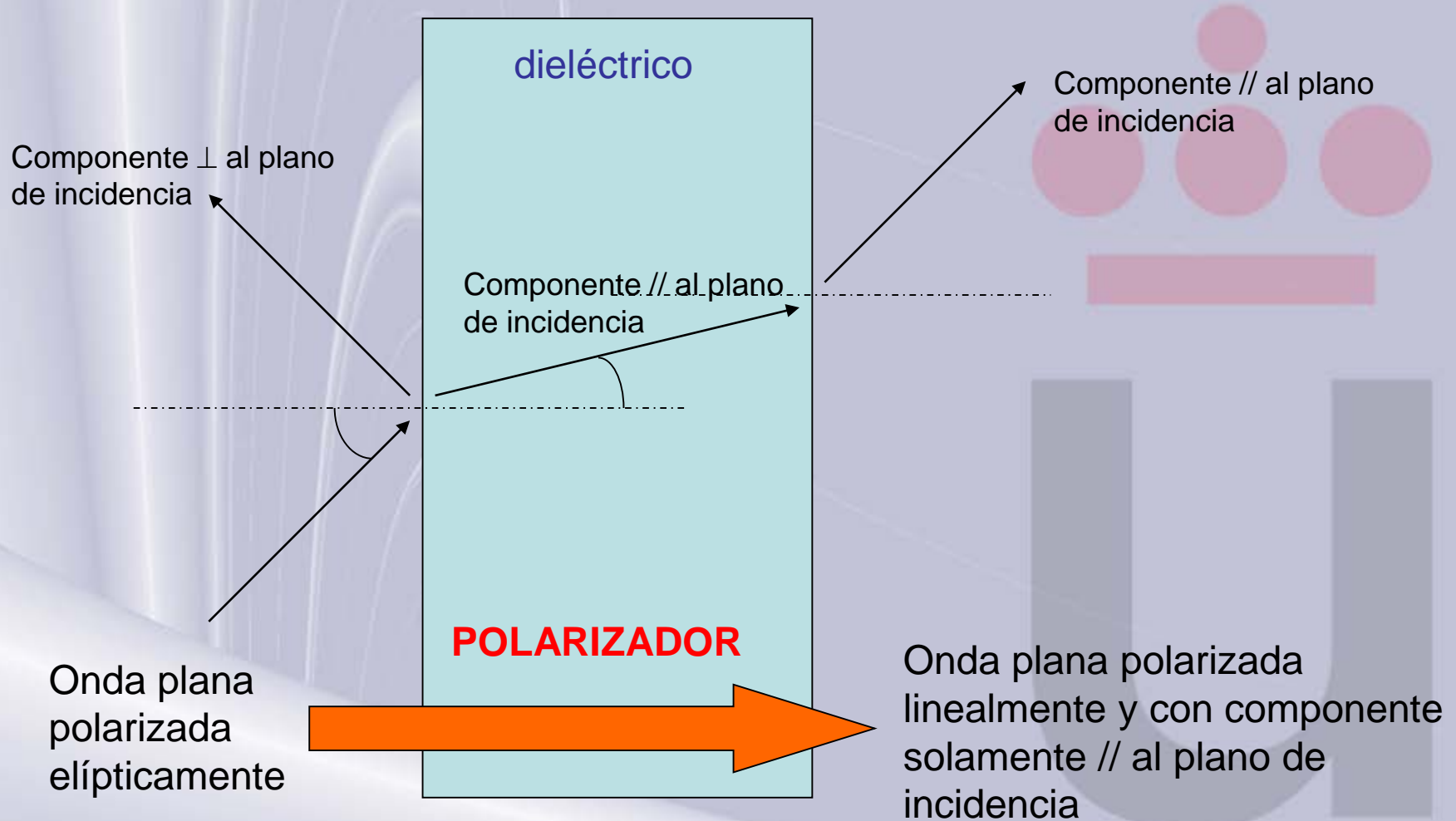
Ángulo de Brewster

Cuando una onda incide sobre la superficie de separación de dos dieléctricos **con un ángulo igual al de Brewster, sea cual sea su polarización**, la onda reflejada será como máximo una onda polarizada linealmente.

(Si la onda incidente tiene solo polarización // al plano de incidencia, NO habrá onda reflejada, y toda la potencia se transmite al segundo medio)

(Si la onda incidente tiene polarización \perp al plano de incidencia, SIEMPRE habrá onda reflejada)

Ángulo de Brewster. Aplicaciones



Propagación de ondas

- Asignación de frecuencias
 - De **10 KHz a 520 KHz**. Sistemas de localización de barcos, aviones... a 500 KHz se encuentra una frecuencia de socorro en el mar. Las estaciones costeras realizan escuchas cada media hora en esta frecuencia
 - De **520 KHz a 1605 KHz**. Radiodifusión sonora modulada en amplitud
 - De **1605 a 5850 KHz** Radiotelefonía. Nueva frecuencia de socorro: 2182 KHz
 - De **5950 KHz a 26,1 MHz**. Radioaficionados. Usan las ventajas de la reflexión ionosférica con bajas potencias de emisión.
 - De **26,2 a 41 MHz** . Radiocomandos.
 - De **41 MHz a 68 MHz** . Televisión VHF
 - De **88 MHz a 108 MHz**. Radiodifusión sonora con frecuencia modulada

Propagación de ondas

- Asignación de frecuencias
 - De **162 MHz a 216 MHz**. Televisión VHF
 - De **216 a 470 MHz**. Radiotelefonía, balizas, sondas...
 - De **470 MHz a 890 MHz**. Televisión UHF (48 canales)
 - De **890 MHz a 940 MHz**. Telecomunicaciones civiles
 - De **960 a 1350 MHz**. Radiotelefonía, radares, telexandos...
 - De **1350 a 2700 MHz**. Radiosondas. TX datos meteorológicos.
 - De **3GHz a 35 GHz** comunicaciones via satélite, radioastronomía, seguimiento espacial...

Bandas de frecuencias

Banda	Denominación	frec. mínima	frec. máxima	λ máxima	λ mínima
ELF	E xtrêmement L ow F requency	-	3 kHz	-	100 km
VLF	V ery L ow F requency	3 kHz	30kHz	100 km	10 km
LF	L ow F requency	30 kHz	300 kHz	10 km	1 km
MF	M edium F requency	300 kHz	3 MHz	1 km	100 m
HF	H igh F requency	3 MHz	30 MHz	100 m	10 m
VHF	V ery H igh F requency	30 MHz	300 MHz	10 m	1 m
UHF	U ltra H igh F requency	300 MHz	3 GHz	1 m	10 cm
SHF	S uper H igh F requency	3 GHz	30 GHz	10 cm	1 cm
EHF	E xtrêmement H igh F requency	30 GHz	300 GHz	1 cm	1 mm

Bandas de microondas

Banda	frec. mínima	frec. máxima	λ máxima	λ mínima
L	1 GHz	2 GHz	30 cm	15 cm
S	2 GHz	4 GHz	15 cm	7.5 cm
C	4 GHz	8 GHz	7.5 cm	3.75 cm
X	8 GHz	12.4 GHz	3.75 cm	2.42 cm
Ku	12.4 GHz	18 GHz	2.42 cm	1.66 cm
K	18 GHz	26.5 GHz	1.66 cm	1.11 cm
Ka	26.5 GHz	40 GHz	11.1 mm	7,5 mm
mm	40 GHz	300 GHz	7.5 mm	1 mm